עבודת קיץ במתמטיקה 2024

לבוגרי כיתה ט6

המשובצים ל4-5 יחידות מתמטיקה

יש להגיש את העבודה בשיעור הראשון, בתחילת שנת הלימודים הבאה.

יתקיים מבדק על עבודת קיץ.

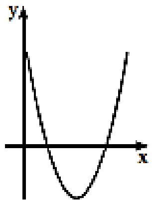
חופשה נעימה .

בהצלחה רבה ☺

לילי ארטל

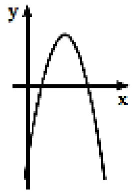
פונקציה ריבועית – פרבולה

1. בציור משורטט גרף הפונקציה $y=x^2-8x+12$.



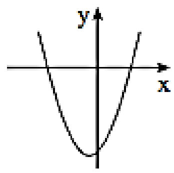
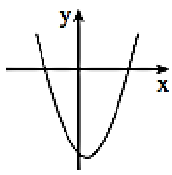
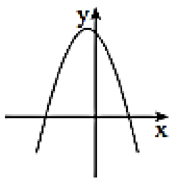
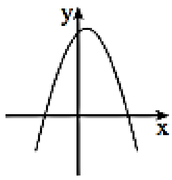
א. מצאו את שיעורי נקודת המינימום של הפונקציה.
ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?
ג. מהו הערך המינימלי של הפונקציה?
ד. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.
ה. רשמו את התחום שבו הפונקציה חיובית.
ו. רשמו את התחום שבו הפונקציה שלילית.
ז. בכמה נקודות חותך הישר $y=-2$ את גרף הפונקציה?
ענו על פי השרטוט, כלומר ללא חישובים.

2. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)=-x^2+10x-16$.



א. עבור אילו ערכי x הפונקציה הנתונה חיובית?
ב. האם הערך הגדול ביותר של הפונקציה הוא 9 או 5 ? הסבירו.
ג. מהו תחום הערכים שהפונקציה $f(x)$ יכולה לקבל?
ד. עבור אילו ערכי x הפונקציה עולה?
ה. עבור אילו ערכים של k , הישר $y=k$:
(1) חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת?
(2) חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות?
(3) אינו חותך את גרף הפונקציה?

3. נתונות משוואות של ארבע פונקציות:
$f(x)=-x^2+x+6$
$g(x)=x^2+x-6$
$h(x)=x^2-x-6$
$k(x)=-x^2-x+6$

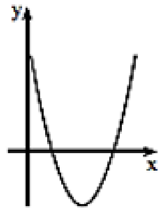
(1)

(2)

(3)

(4)


לפניכם גרפים של ארבע הפונקציות.
התאימו לכל פונקציה את הגרף
המתאים לה על פי מציאת נקודות
האפס, ובהתאם למקדם של x^2 .

4. נתונה הפונקציה $f(x)=(x+4)(x-2)$.
א. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
ב. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוג הקיצון.
ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
ד. עבור אילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ יורדת וחיובית?
ה. עבור אילו ערכי x הפונקציה עולה ושלילית?
ו. מהו תחום הערכים שהפונקציה $f(x)$ יכולה לקבל?
ז. לאילו ערכי k , הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת?

5. נתונה הפונקציה $y=(x-5)^2-16$.
א. מצאו את שיעורי נקודת קדקוד הפרבולה.
ב. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.
ג. מהי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-y ?
ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה במערכת צירים.
ה. מצאו לאילו ערכי x הפונקציה עולה ושלילית.
ו. מצאו לאילו ערכי x הפונקציה יורדת וחיובית.
ז. קבעו נכון או לא נכון:
(1) לכל ערך של x ערך הפונקציה גדול מ--16 .
(2) לכל ערך של x ערך הפונקציה גדול או שווה ל--16 .
ח. נמקו, ללא חישובים, מדוע הפרבולה אינה עוברת בנקודה $(4;-17)$.

6. לפניכם גרף הפרבולה $y=x^2-8x+12$.



א. מצאו את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x .

ב. כתבו את תחומי השליליות של הפרבולה.

ג. היעזרו בגרף ובתשובתכם לסעיף ב', ופתרו את אי-השוויון $x^2-8x+12<0$.

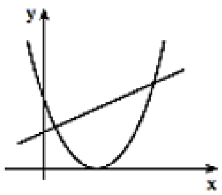
ד. מצאו לאילו ערכים של x מתקיים $y>0$.

ה. היעזרו בגרף ובתשובתכם לסעיף ד', ופתרו את אי-השוויון $x^2-8x+12>0$.

ו. פתרו את אי-השוויון $x^2-8x+12\le 0$.

ז. פתרו את אי-השוויון $x^2-8x+12\ge 0$.

7. בציור משורטטים הגרפים של הפונקציות:
$f(x)=x^2-6x+9$ ו- $g(x)=x+3$.

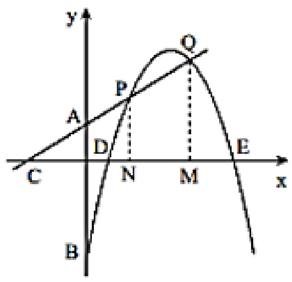


א. לאילו ערכי x מתקיים $f(x)=g(x)$?

ב. לאילו ערכי x מתקיים $f(x)>g(x)$?

ג. לאילו ערכי x מתקיים $f(x)<g(x)$?

8. הפרבולה והישר הם הגרפים של הפונקציות
(1) $y=-x^2+8x-7$ ו-(2) $y=x+3$.



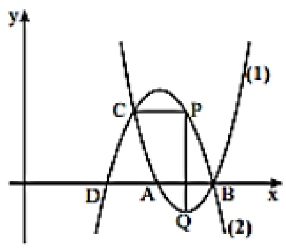
א. מצאו את שיעורי הנקודות: A , B , C , D , E , P , Q .

ב. מנקודות P ו- Q הורידו אנכים
לציר ה- x החותכים את ציר ה- x
בנקודות N ו- M . מצאו את שטח
הטרפז PQMN ואת שטח המשולש CQM .

ג. האם ערך הפונקציה (1) יכול להיות 11 ?

ד. האם ערך הפונקציה (1) יכול להיות 8.75 ?

9. הפרבולות (1) ו-(2) הן הגרפים של הפונקציות
(I) $y=-x^2+10x-21$ ו-(II) $y=x^2-12x+35$.



א. מצאו איזה גרף מתאים לפונקציה (1),
ואיזה - מתאים לפונקציה (2)

ב. חשבו את שיעורי הנקודות A , B , C , D .

ג. דרך הנקודה C העבירו מקביל לציר ה- x
החותך את פרבולה (2) בנקודה P .
מנקודה P הורידו אנך לציר ה- x , החותך את פרבולה (1) בנקודה Q .
מצאו את אורך הקטע PQ , והוכח שהנקודה Q היא קדקוד הפרבולה (1).

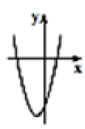
תשובות:

1. א. $(4;-4)$. ב. עלייה: $x>4$, ירידה: $x<4$. ג. -4 . ד. $(2;0)$, $(6;0)$.
ה. $x>6$ או $x<2$. ו. $2<x<6$. ז. בשתי נקודות.

2. א. $2<x<8$. ב. 9 . ג. $f(x)\le 9$. ד. $x<5$.
ה. (1) $k=9$. (2) $k<9$. (3) $k>9$.

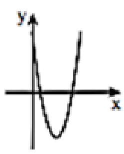
3. א. $f(x)$ - (4), $g(x)$ - (1), $h(x)$ - (2), $k(x)$ - (3).

4. א. $(0;-8)$, $(2;0)$, $(-4;0)$. ג.



ב. $(-1;-9)$ מינימום.
ד. $x<-4$. ה. $-1<x<2$.
ו. $f(x)\ge -9$. ז. $k=-9$.

5. א. $(5;-16)$. ב. $(9;0)$, $(1;0)$. ג. $(0;9)$. ד.

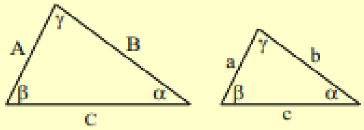


ה. $5<x<9$.
ו. $x<1$.
ז. (1) לא נכון. (2) נכון.

7. א. $x=1$, $x=6$. ב. $x>6$ או $x<1$. ג. $1<x<6$.

8. א. $A(0;3)$, $B(0;-7)$, $C(-3;0)$, $D(1;0)$, $E(7;0)$, $P(2;5)$, $Q(5;8)$.
ב. 19.5 , 32 . ג. לא. ד. כן.

9. א. (1) מתאים ל-(II), (2) מתאים ל-(I).
ב. $A(5;0)$, $B(7;0)$, $C(4;3)$, $D(3;0)$. ג. 4 יחידות, $Q(6;-1)$.

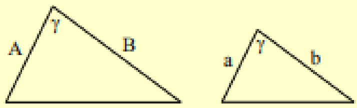


משולשים דומים הם משולשים שבהם לכל זווית במשולש אחד יש זווית ששווה לה במשולש האחר, וקיים יחס שווה בין שלושת זוגות הצלעות המתאימות (צלעות מתאימות נמצאות מול זוויות שוות).

יחס זה נקרא יחס הדמיון. המשולשים בשרטוט הם דומים ומתקיים: $\frac{A}{a}=\frac{B}{b}=\frac{C}{c}$.

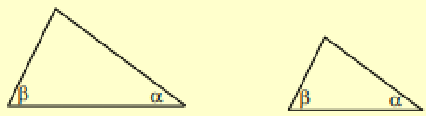
משפט דמיון צ.ז.צ.:

שני משולשים בהם קיים יחס שווה בין **שני** זוגות צלעות מתאימות והזווית **שביניהן** שווה - הם משולשים דומים.



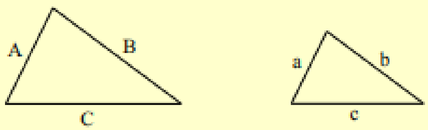
לפי השרטוט, אם קיימת זווית משותפת γ ומתקיים שוויון היחסים $\frac{A}{a}=\frac{B}{b}$ אז המשולשים דומים.

משפט דמיון ז.ז.: שני משולשים בהם שוות בהתאמה שתי זוויות הם דומים.



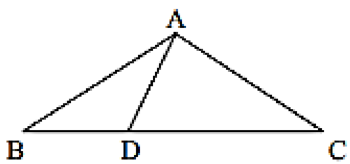
בהתאם לשרטוט, אם בשני משולשים יש שתי זוויות שוות, אז המשולשים דומים.

משפט דמיון צ.צ.צ.: שני משולשים בהם קיים יחס שווה בין שלושת זוגות הצלעות הם דומים.



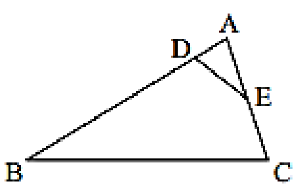
כלומר, בהתאם לשרטוט, אם מתקיים שוויון היחסים: $\frac{A}{a}=\frac{B}{b}=\frac{C}{c}$ בין שני משולשים, אז הם דומים ולכן גם זוויותיהם שוות בהתאמה.

1. הנקודה D נמצאת על הבסיס BC במשולש שווה השוקיים ΔABC ששטחו 768 סמ"ר. נתון: $BC=64$ ס"מ.



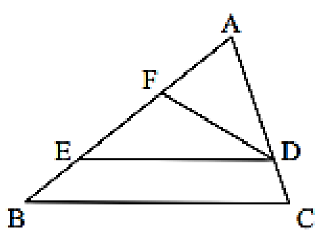
   א. חשבו את היקף המשולש ΔABC.
   ב. נתון: $CD=39$ ס"מ. הוכיחו: $\Delta ABD\sim\Delta BCA$.
   ג. חשבו את היקף המשולש ΔACD.
   ד. קבעו איזו מהזוויות $\sphericalangle CAD$ או $\sphericalangle ADC$ גדולה יותר. נמקו.

2. הנקודות D ו-E נמצאות על צלעות המשולש ΔABC. הנקודה E היא אמצע הצלע AC. נתון: $AE=2AD$, $BD=7AD$. היקף המשולש ΔAED הוא 9 ס"מ והיקף המרובע BCED הוא 33 ס"מ.



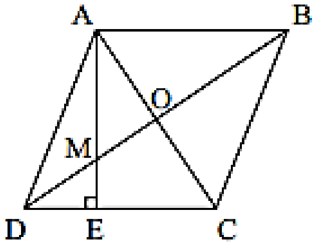
   א. חשבו את היקף המשולש ΔABC.
   ב. נסמן את השטח: $S_{\Delta ADE}=k$. העבירו את הקטע CD, היעזרו במשפט העזר בשטחים והביעו באמצעות k את שטח המשולש ΔABC.

3. המשכי שוקי הטרפז BCDE נחתכים בנקודה A. הנקודה F נמצאת על הקטע AE. נתון: $\sphericalangle ADF=\sphericalangle ABC$, $AC=4$ ס"מ, $AD=3$ ס"מ, $AB=6$ ס"מ.

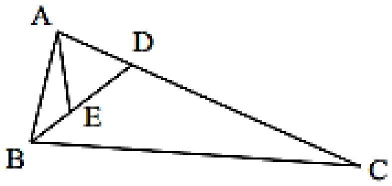


   א. חשבו את אורכי הקטעים AF ו-EF.
   ב. נתון: הקטע DE ארוך ב-1.5 ס"מ מהקטע DF. חשבו את אורך הקטע BC.

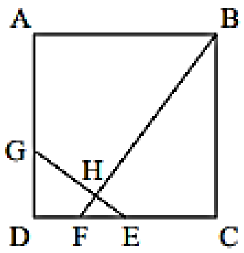
4. אלכסוני המעוין ABCD נחתכים בנקודה O.
הגובה AE חותך את האלכסון BD בנקודה M.
א. הוכיחו: $\Delta ABO \sim \Delta MAO$.
ב. נתון שהיקף המעוין ABCD הוא 80 ס"מ, $AC = 24$ ס"מ.
חשבו את אורך הקטע MO.
ג. הוכיחו: $\Delta MAO \sim \Delta MDE$.
ד. חשבו את אורך הקטע DE.



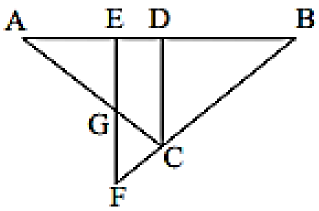
5. (*) הקטע BD הוא חוצה הזווית $\sphericalangle ABC$ במשולש ΔABC.
הנקודות D ו-E נמצאות בהתאמה על הצלע AC ועל חוצה הזווית BD כך שהמשולש ΔADE הוא שווה צלעות.
א. הוכיחו: $\frac{DE}{CD} = \frac{AB}{BC}$.
ב. נתון: $CD = 3k$, $AE = k$. הביעו באמצעות k את אורך BE.
ג. נתון: שטח המשולש ΔABC הוא 72 סמ"ר.
חשבו את שטח המשולש ΔABE.



6. נתון הריבוע ABCD ששטחו 1,600 סמ"ר. הנקודה E היא אמצע הצלע CD והנקודה F היא אמצע הקטע DE. הנקודה G נמצאת על AD כך שהקטעים BF ו-GE נחתכים בנקודה H. נתון: $AG = 25$ ס"מ.
א. הוכיחו: $\Delta DGE \sim \Delta CFB$.
ב. הוכיחו: $\sphericalangle EHF = 90^\circ$.
ג. חשבו את אורכי הקטעים HE ו-HF.
ד. חשבו את שטח המרובע ABHG.



7. הנקודות D, E ו-G נמצאות על צלעות המשולש ΔABC כמתואר בשרטוט. המשכי הקטעים EG ו-BC נחתכים בנקודה F.
הנקודות D ו-G הן בהתאמה אמצעי הקטעים AB ו-EF.
נתון: $AB = 24$ ס"מ, $DE = 4$ ס"מ, $BF = 20$ ס"מ, $AG = 10$ ס"מ.
א. הוכיחו: $\Delta AEG \sim \Delta BEF$.
ב. היעזרו בסעיף א' והסבירו מדוע מתקיים: $\sphericalangle AEG = 90^\circ$.
ג. חשבו את אורך הקטע EF.
ד. קבעו איזה סוג של מרובע הוא DEFC וחשבו את היקפו.



תשובות:

1) **א.** 144 ס"מ. **ג.** 104 ס"מ. **ד.** $\sphericalangle ADC$. 2) **א.** 36 ס"מ. **ב.** 16k.
3) **א.** $AF = 2$ ס"מ, $EF = 2.5$ ס"מ. **ב.** 6 ס"מ. 4) **ב.** 9 ס"מ. **ד.** 5.6 ס"מ.
5) **ב.** 0.5k. **ג.** 6 סמ"ר. 6) **ג.** $HE = 8$ ס"מ, $HF = 6$ ס"מ. **ד.** 874 סמ"ר.
7) **ג.** 12 ס"מ. **ד.** טרפז ישר זווית שהיקפו 30 ס"מ.

עבודת קיץ – גיאומטריה (5 יחידות)

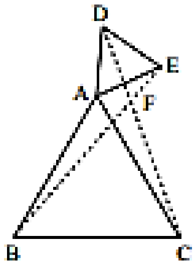
בעיות עם משולשים ומרובעים (כולל פרופורציה ודמיון)

1. המשולשים ABC ו- ADE הם משולשים שווי-צלעות. הקטעים BE ו- CD נחתכים בנקודה F.

א. הוכח: $BE = CD$.

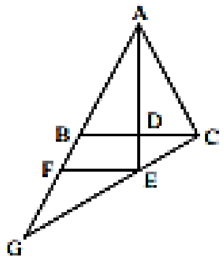
ב. הוכח: $\sphericalangle ABE = \sphericalangle ACD$.

ג. חשב את הזווית BFC.



תשובה: ג. 60°.

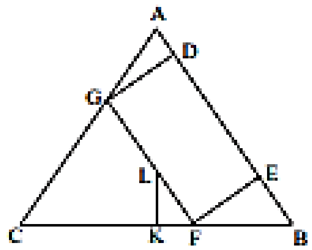
2. הנקודה D נמצאת על הצלע BC של משולש שווה-שוקיים ABC $(AB = AC)$.
G היא נקודה על המשך הצלע AB.
הקטע FE מקביל ל- BC.
נתון: $\frac{AG}{AC} = \frac{GF}{BF}$. הוכח: $AE \perp BC$.



3. במשולש שווה-שוקיים ABC $(AC = AB)$ חסום מלבן $GFED$ (ראה ציור).
נקודה L, הנמצאת על צלע המלבן GF, היא מפגש התיכונים במשולש ABC.
דרך הנקודה L העבירו אנך לצלע BC, החותך את BC בנקודה K.

א. הוכח: $\Delta KAB \sim \Delta KLF \sim EFB$.

ב. נתון: $BC = 18$ ס"מ, $AB = 15$ ס"מ.
חשב את אורכי הקטעים KF ו- EF.



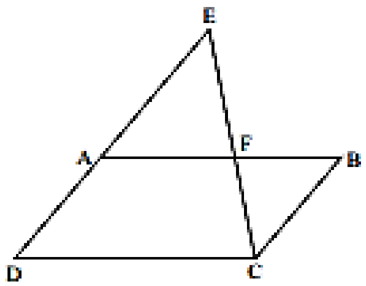
תשובה: ב. 3 ס"מ, 4.8 ס"מ.

4. המרובע $ABCD$ הוא מקבילית (ראה ציור).

א. הוכח: $\frac{AD}{AE} = \frac{BF}{FA}$.

ב. (1) הוכח: $\frac{AD}{AE} = \frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta AEF}}$

(2) היעזר בסעיף א' ובתת סעיף ב' (1), והוכח: $S_{\Delta ADF} = S_{\Delta BEF}$.



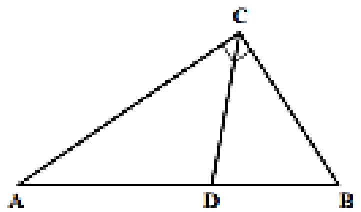
5. במשולש ישר-זווית ACB $(\sphericalangle ACB = 90^\circ)$ CD חוצה-זווית ACB (ראה ציור).

א. (1) הוכח: $DB \cdot AC = BC \cdot AB - BC \cdot DB$.

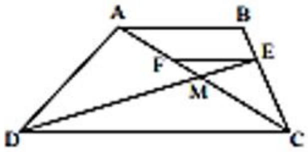
(2) נתון: $BC = 21$ מ"מ, $AC = 28$ מ"מ.
חשב את האורך של הקטע DB.

ב. מקדקוד C מורידים אנך ליתר AB.
האנך חותך את היתר בנקודה N. הוכח כי $\frac{BC}{AB} = \frac{CN}{AC}$.

ג. חשב את האורך של הקטע DN.



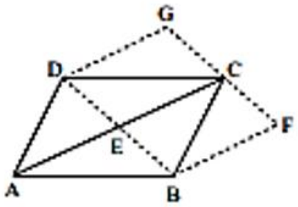
8. בטרפז $ABCD$ $(AB \parallel DC)$ מתקיים $DC = 2AB$.
הנקודה E נמצאת על השוק BC כך ש- $BC = 3BE$.
הנקודה F נמצאת על האלכסון AC
כך ש- $FE \parallel DC$. האלכסון AC והקטע DE
נחתכים בנקודה M.



א. חשב את היחסים: (1) $\frac{FE}{AB}$. (2) $\frac{FE}{DC}$.
ב. הוכח: $MC = 3FM$.
ג. חשב את היחס $\frac{AM}{MC}$.

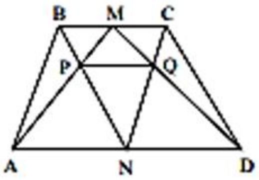
תשובה: א. (1) $\frac{2}{3}$. (2) $\frac{1}{3}$. ג. $\frac{AM}{MC} = 1$.

9. המרובעים $ABCD$ ו- $BFGD$ הם מקביליות.
נתון: $CG = CF$ (C על הקטע GF).



א. הוכח: המרובע $ECGD$ הוא מקבילית.
ב. הוכח: אם המקבילית $ABCD$ היא מעוין,
אז המרובע $ECGD$ הוא מלבן.

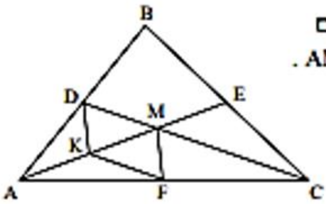
10. בטרפז $ABCD$ $(BC \parallel AD)$ הנקודות M ו- N
הם אמצעי הבסיסים, הקטעים CN ו- DM
נחתכים בנקודה Q, הקטעים AM ו- BN
נחתכים בנקודה P (ראה ציור).



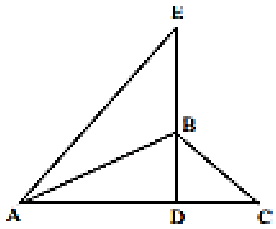
א. הוכח: $PQ \parallel AD$.
ב. נתון גם: $BC = a$, $AD = 2a$.
הבע באמצעות a את אורך הקטע PQ.

תשובה: ב. $\frac{2}{3}a$.

11. התיכונים AE ו- CD במשולש ABC נפגשים
בנקודה M. נקודה K היא אמצע הקטע AM.
F היא נקודה על הצלע AC
כך ש- $KF \parallel DC$ (ראה ציור).
הוכח: המרובע $KDMF$
הוא מקבילית.

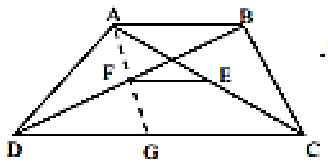


12. במשולש ABC, הגובה לצלע AC הוא BD.
נקודה E נמצאת על המשך הגובה BD,
כך ש- AB חוצה את הזווית EAC (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle BCA = 2 \cdot \sphericalangle BAC$.



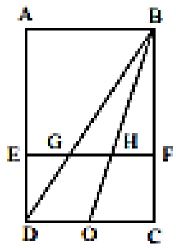
א. הוכח: $BC \cdot ED = BD \cdot EA$.
ב. היעזר בנתונים ובסעיף א',
והוכח: $BC \cdot ED = AD \cdot BE$.

13. בטרפז $ABCD$ $(AB \parallel DC)$ הנקודות E ו- F
הן אמצעי האלכסונים AC ו- BD, בהתאמה.
המשך הקטע AF חותך את DC בנקודה G.



א. הוכח: $FE \parallel DC$.
ב. הוכח: $S_{ADG} = S_{ABD}$.

14. הנקודה O היא אמצע הצלע DC של מלבן $ABCD$.
EF מקביל ל- DC וחותך את BD ואת BO
בנקודות G ו- H (ראה ציור).

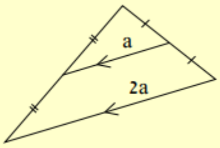


א. הוכח: $GH = HF$.
ב. נתון גם: $EG = GH$. מצא את היחס $\frac{FC}{BF}$.

תשובה: ב. $\frac{1}{2}$.

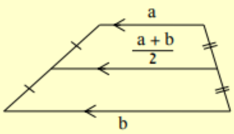
קטע אמצעים במשולש הוא קטע המחבר בין אמצעי שתי צלעות במשולש.

- קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.
- קטע החוצה צלע אחת במשולש ומקביל לצלע שנייה, חוצה את הצלע השלישית.
- קטע שקצותיו על שתי צלעות משולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה הוא קטע אמצעים.

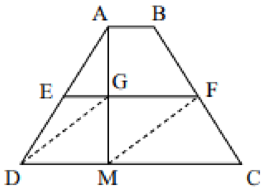


קטע האמצעים בטרפז מחבר את אמצעי שתי שוקי הטרפז.

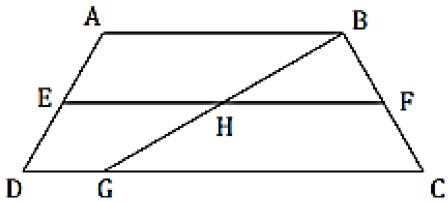
- קטע האמצעים בטרפז מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם.
- בטרפז, קטע החוצה שוק אחת ומקביל לבסיסים חוצה את השוק השנייה.



1. הנקודות E ו-F נמצאות על שוקי הטרפז ABCD כמתואר בשרטוט.
הקטע EF חותך את גובה הטרפז AM בנקודה G. נתון: $BF = CF$.
המרובע DMFG הוא מקבילית.
א. הוכיחו: $AE = DE$.
ב. נתון: המרובע ABGE הוא מקבילית.
הוכיחו: $CM = 3EG$.



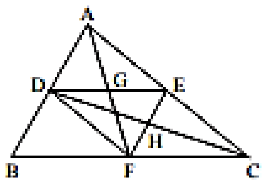
2. הקטע EF הוא קטע האמצעים בטרפז שווה השוקיים ABCD. הנקודה G נמצאת על הבסיס CD.
הקטע BG חוצה את הקטע EF בנקודה H.
נתון: $BG \perp BC$, $\measuredangle BCD = 60°$.
א. נסמן: $CF = a$.
הביעו באמצעות a את אורך EH.
ב. נתון: היקף הטרפז ABFE הוא 18 ס"מ. חשבו את היקף הטרפז CDEF.
(הדרכה: העבירו את הקטע EG).



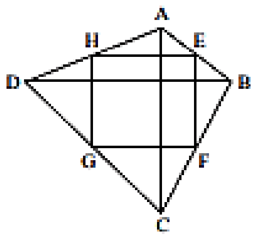
תשובות: 2) **א.** 2a. **ב.** 22 ס"מ.

שאלות עם קטעי אמצעים

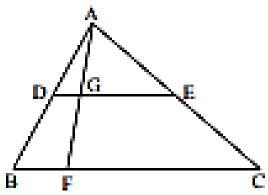
14. במשולש ABC, הנקודות D, E ו-F הן בהתאמה אמצעי הצלעות AB, AC ו-BC.
א. הוכיחו: המרובעים ADFE ו-DECF הם מקביליות.
ב. הוכיחו: $AC = 4GH$.



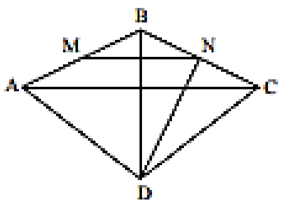
15. במרובע ABCD, האלכסונים AC ו-BD מאונכים זה לזה. הנקודות E, F, G ו-H הן אמצעי הצלעות AB, BC, CD ו-AD בהתאמה.
הוכיחו: המרובע EFGH הוא מלבן.



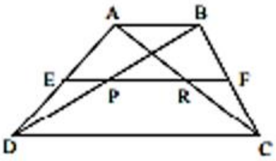
16. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
הנקודה F נמצאת על הצלע BC.
הקטע AF חותך את DE בנקודה G.
א. הוכיחו: DG הוא קטע אמצעים במשולש ABF.
ב. נתון: $GE = 3 \cdot DG$. הוכיחו: $BC = 4 \cdot BF$.



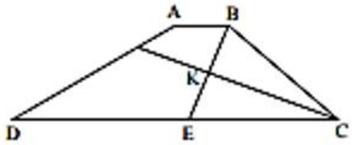
17. נקודה D נמצאת מחוץ למשולש ABC ($\measuredangle ABC > 90°$) כך ש- $AD = BD = CD$. הנקודה N מונחת על הצלע BC כך ש- $ND \perp BC$. הנקודה M היא אמצע הצלע AB.
א. הוכח: $MN \parallel AC$.
ב. נתון גם: $BD \perp AC$. הוכח כי המשולש ABC הוא שווה-שוקיים.
ג. BD ו-AC נחתכים בנקודה K.
נתון: $AB = 8$ ס"מ. חשב אורך הקטע MK. נמק.



.18 EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD.
EF חותך את האלכסונים AC ו- BD
בנקודות R ו- P בהתאמה.
א. הוכח: $EP = RF$.
ב. הוכח: $PR = \frac{DC - AB}{2}$.



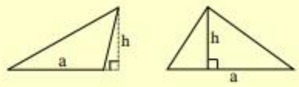
.19 בטרפז ABCD $(AB \parallel DC)$ חוצה-זווית ABC
חותך את חוצה-זווית BCD בנקודה K,
ואת הבסיס DC בנקודה E.
א. הוכח: $\sphericalangle BKC = 90^\circ$.
ב. דרך הנקודה K מעבירים מקביל
לבסיסי הטרפז. הוכח כי המקביל
הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD.
ג. נתון: $BC =$ 6 ס"מ, $AB =$ 2 ס"מ, $DE =$ 8 ס"מ.
חשב את האורך של קטע האמצעים בטרפז ABCD. נמק.



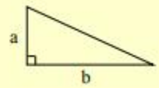
שטחים

משולשים

שטח משולש שווה למחצית מכפלת הגובה באורך הצלע
שאליה הוא יורד: $S = \frac{a \cdot h}{2}$.

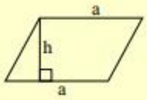


שטח **משולש ישר זווית** שווה למחצית מכפלת אורכי ניצביו: $S = \frac{a \cdot b}{2}$.

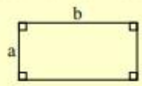


מרובעים

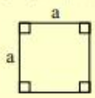
שטח מקבילית שווה למכפלת צלעה בגובה היורד אליה מהקודקוד שמולה: $S = a \cdot h$.



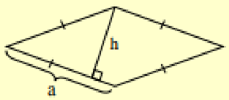
שטח מלבן שווה למכפלת אורכו ברוחבו: $S = a \cdot b$.

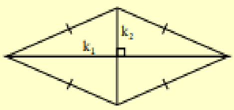


שטח ריבוע שווה לריבוע צלעו: $S = a^2$

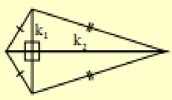


שטח מעוין ניתן לחישוב בשתי דרכים:
על ידי מכפלת הצלע בגובה היורד אליה: $S = a \cdot h$ **או** כמחצית מכפלת אורכי האלכסונים: $S = \frac{k_1 \cdot k_2}{2}$.

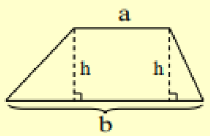




שטח דלתון שווה למחצית מכפלת האלכסונים: $S = \frac{k_1 \cdot k_2}{2}$.

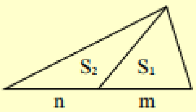


שטח טרפז שווה למחצית מכפלת הגובה בסכום הבסיסים: $S = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$.



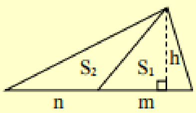
משפט עזר בשטחים

קטע המחבר בין קודקוד המשולש לבין הצלע שמולו, מחלק את המשולש
לשני משולשים שהיחס בין שטחיהם הוא כיחס החלוקה של הצלע המחולקת.



בשרטוט: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{m}{n}$.

שימו לב! זהו משפט עזר אך הוא אינו כלול ברשימת המשפטים המאושרים על ידי משרד החינוך ולכן **לא ניתן להציגו במסגרת הוכחה בלימודים בחטיבה ובתיכון**. יש להוכיח אותו **בכל פעם** שמשתמשים בו.
עם זאת, הוא חשוב מאוד ושאלות רבות נפתרות באמצעותו.

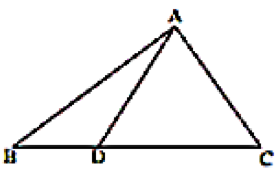


כדי להוכיח את משפט העזר נוריד גובה משותף h לשני המשולשים (במקווקו).
עבור המשולש הימני זהו גובה פנימי, ועבור המשולש השמאלי הוא גובה חיצוני.
שטח המשולש הימני הוא: $S_1 = \frac{m \cdot h}{2}$ ושטח המשולש השמאלי: $S_2 = \frac{n \cdot h}{2}$.
נחלק את שני השטחים זה בזה ונמצא את היחס ביניהם: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{m \cdot \cancel{h}}{\cancel{2}} \Big/ \frac{n \cdot \cancel{h}}{\cancel{2}} = \frac{m}{n}$.

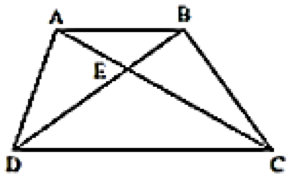
שאלות עם חישובי שטחים

.20 הוכיחו: התיכון לצלע במשולש מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח.

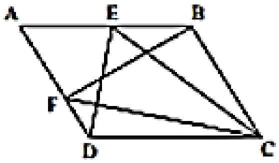
.21 הנקודה D נמצאת על הצלע BC
של משולש ABC. נתון: $DC = 3 \cdot BD$.
א. הוכיחו: $\frac{S_{ADC}}{S_{ABD}} = 3$.
ב. הוכיחו: $S_{ABD} = \frac{1}{4} S_{ABC}$.



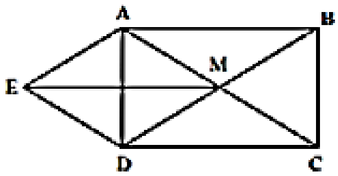
.22 המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel DC)$
שאלכסוניו נחתכים בנקודה E.
א. הוכיחו: $S_{ADC} = S_{BDC}$.
ב. הוכיחו: $S_{ABC} = S_{BAD}$.
ג. הוכיחו: $S_{AED} = S_{BEC}$.



.23 הנקודות E ו-F נמצאות
על הצלעות AB ו-AD
של מקבילית ABCD.
א. הוכיחו: $S_{ADCE}=\frac{1}{2}\cdot S_{ABCD}$.
ב. הוכיחו: $S_{ADCE}=S_{ABCF}$.



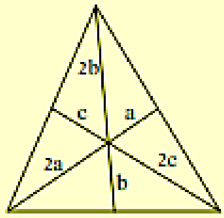
.24 ABCD הוא מלבן שאלכסוניו נחתכים
בנקודה M. E היא נקודה מחוץ למלבן.
המרובע EMCD הוא מקבילית.
א. הוכיחו: המרובע AMDE הוא מעוין.
ב. נתון: שטח המלבן ABCD
הוא 32 סמ"ר. חשבו את שטח המעוין AMDE.



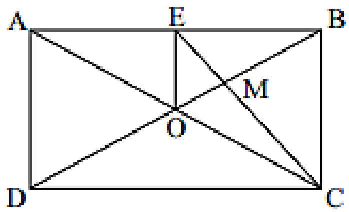
מפגש התיכונים במשולש

שלושת התיכונים במשולש נפגשים בנקודה אחת הנקראת
"מפגש התיכונים במשולש" וגם **"מרכז הכובד של המשולש"**.

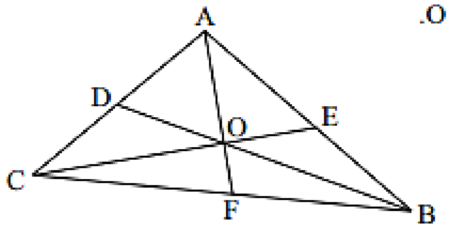
נקודת מפגש זו מחלקת כל תיכון ביחס של 1:2 כך שהחלק
הקרוב לקודקוד ארוך פי שניים מהחלק הרחוק מהקודקוד.



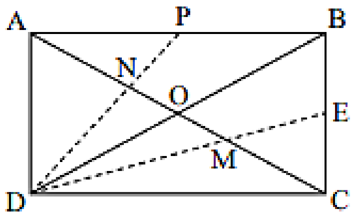
1. אלכסוני המלבן ABCD נחתכים בנקודה O.
הקטע EO הוא גובה במשולש ΔABO.
הקטע CE חותך את האלכסון BD בנקודה M.
א. הוכיחו: $CM=2EM$.
ב. נתון: $BC=18$ ס"מ. שטח המשולש ΔABO הוא 108 סמ"ר.
חשבו את אורך הקטע MO.



2. במשולש ΔABC התיכונים AF, BD ו-CE נחתכים בנקודה O.
המשולש ΔADO הוא שווה צלעות. הוכיחו:
א. התיכונים AF ו-CE מאונכים זה לזה.
ב. $BO=4OF$.



3. (*) במלבן ABCD הנקודות E ו-P הן אמצעי הצלעות BC
ו-AB בהתאמה. הקטעים DP ו-DE חותכים את האלכסון
AC בנקודות N ו-M בהתאמה.
א. הוכיחו: $AN=MN=MC$.
ב. נתון: $MN=20$ ס"מ. חשבו את אורך הקטע PE.
ג. נתון: $CE=18$ ס"מ. חשבו את היקף המלבן.

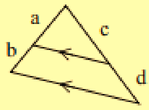


תשובות: 1) ב. 5 ס"מ. **3) ב.** 30 ס"מ. **ג.** 168 ס"מ.

משפט תאלס

תאלס איש מילטוס (624-546 לפנה"ס בקירוב) היה פילוסוף, מתמטיקאי, ואחד משבעת חכמי יוון העתיקה. הישגו המדעי המוכר הוא הוכחת **משפט תאלס**.

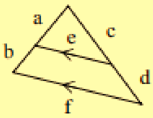
משפט תאלס: שני קטעים מקבילים החותכים שוקי זווית, מקצים עליהן קטעים פרופורציוניים.



$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

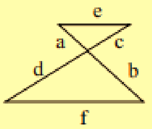
משפט תאלס המורחב: ישר המקביל לאחת מצלעות המשולש חותך את שתי הצלעות אחרות או את המשכיהן בקטעים פרופורציוניים. ההרחבה מתייחסת לשני מקרים:

הרחבה א':



$$\frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d}=\frac{e}{f}$$

הרחבה ב':



$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}$$

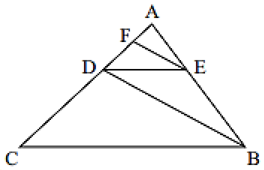
משפט תאלס (הפוך): שני קטעים המקצים על שוקי זווית 4 קטעים פרופורציוניים הם מקבילים.

*כאשר מתקיימים היחסים המופיעים **בהרחבה א'**, אין הכרח שהקטעים e ו-f מקבילים.

.1 הנקודות D, E ו-F נמצאות על צלעות המשולש ΔABC כך ש: $EF\|BD$, $DE\|BC$, $AC=12.5$ ס"מ , $AB=10$ ס"מ, $AE=4$ ס"מ. חשב את:

א. אורכי הקטעים AF ו-DF.

ב. היחס בין שטחי המשולשים: $\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta BCD}}$.

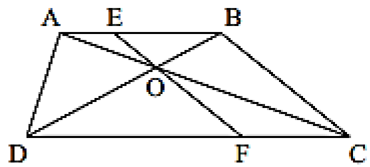


.2 הנקודות E ו-F נמצאות בהתאמה על הבסיסים AB ו-CD בטרפז ABCD. הקטע EF עובר דרך נקודת מפגש האלכסונים O ומקביל לשוק BC.

א. הוכיחו: $\frac{AE}{EO}=\frac{AB}{BC}$.

ב. נתון: $AE=3$ ס"מ , $BE=2EO$.

השוק BC ארוכה מהקטע EO ב-6 ס"מ. חשב את אורך EO.



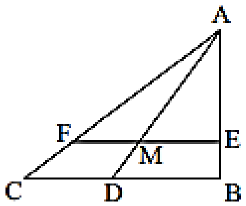
.3 המשכי שוקי הטרפז BCFE נחתכים בנקודה A. הנקודה D נמצאת על הצלע BC כך שהקטעים AD ו-EF נחתכים בנקודה M.

א. הוכיחו: $\frac{EM}{BD}=\frac{MF}{CD}$.

ב. נתון: $BC=16$ ס"מ , $EM=6.75$ ס"מ , $AE=3BE$.

חשב את אורכי הקטעים CD ו-MF.

ג. נתון: $AB=12$ ס"מ , $AE\perp EF$. חשב את היקף המשולש ΔAFM.



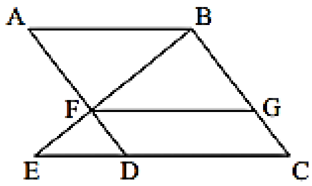
.4 הנקודות F ו-G נמצאות על צלעות המעוין ABCD.

המשכי הקטעים BF ו-CD נחתכים בנקודה E. נתון: $\frac{BG}{CG}=\frac{AB}{DE}$.

א. הוכיחו: $FG\|CE$.

ב. הוכיחו: $\frac{BG}{CG}=\frac{CD}{DE}$.

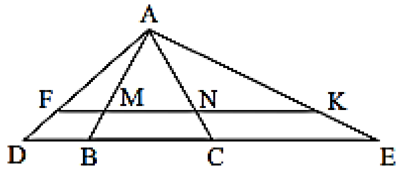
ג. נתון: $CE=64$ ס"מ , $DF=15$ ס"מ ($DE<CD$). חשב את אורך הקטע GF.



.5 (*) הנקודות B, C, F ו-K נמצאות על צלעות המשולש ΔADE כמתואר בשרטוט. הקטעים AB ו-AC חותכים את הקטע FK בנקודות M ו-N בהתאמה. המשולש ΔABC שווה צלעות והיקפו 18 ס"מ. נתון: $KF\|DE$, $DE=17$ ס"מ , $AF=6$ ס"מ , $DF=2$ ס"מ , $BD=3$ ס"מ. חשב את:

א. היקף המשולש ΔAFN.

ב. היחס בין שטחי הטרפזים: $\frac{S_{BDFM}}{S_{CEKN}}$.



תשובות:

1) **א.** $AF=2$ ס"מ , $DF=3$ ס"מ. **ב.** $\frac{2}{3}$.

2) **ב.** 3 ס"מ.

3) **ב.** $CD=7$ ס"מ , $MF=5.25$ ס"מ. **ג.** 31.5 ס"מ.

4) **ג.** 40 ס"מ.

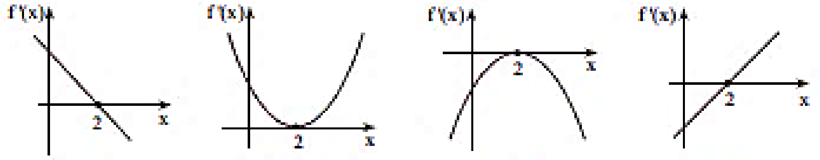
5) **א.** 17.25 ס"מ. **ב.** $\frac{3}{8}$.

חשבון דיפרנציאלי – פולינומים (5 יחידות)

.20 לפונקציה $f(x)$ יש רק נקודת קיצון אחת והיא נקודת מקסימום ב- $x=2$.

א. מהו הסימן של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור $x<2$?

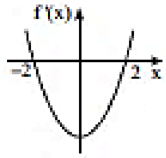
ב. איזה מן הגרפים הבאים (1, 2, 3, 4) יכול לתאר את גרף הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$? נמק את בחירתך.



גרף 4   גרף 3   גרף 2   גרף 1

.20 א. חיובי. ב. גרף 1.

.22 בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.

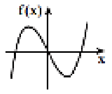


א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

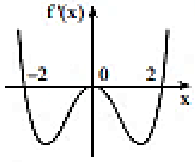
ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג הקיצון.

ג. נתון גם: $f(0)=0$. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

.22 א. עלייה: $x>2$ או $x<-2$, ירידה: $-2<x<2$.
ב. $x=-2$ מקסימום, $x=2$ מינימום.
ג.



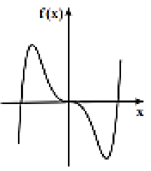
.23 בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.



א. מצא את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.

ב. נתון: $f(0)=0$.
שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

.23 א. עלייה: $x>2$ או $x<-2$, ירידה: $-2<x<2$.
ב.



עבודת קיץ – פונקציות רציונליות (5 יחידות)

.1 הישר $x=-1$ הוא אסימפטוטה לפונקציה $y=\frac{ax+16}{x^2-3x-b}$. בנקודה $x=2$ לפונקציה יש נקודת קיצון.

א. מצא את a ואת b.

ב. מצא: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, אסימפטוטות מקבילות לצירים, נקודות קיצון, תחומי עליה וירידה.

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. דרך כל אחת משתי נקודות הקיצון של הפונקציה מעבירים משיק וישר המאונך למשיק. ארבעת הישרים הנ"ל יוצרים מרובע. חשב את שטח המרובע.

.2 שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y=\frac{ax^2+bx+1}{x^2-6x+8}$ בנקודה $(5;5\frac{1}{3})$ הוא $-\frac{40}{9}$.

א. מצא את a ואת b.

ב. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה. (4) נקודות חיתוך עם הצירים. (5) אסימפטוטות מקבילות לצירים.

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. (1) מצא את תחומי החיוביות של הפונקציה.
(2) מצא לאילו ערכי x שיפועי המשיקים לגרף הפונקציה הם חיוביים.

.3 הישר $y=2$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה $f(x)=a+\frac{4x-15}{(x-4)^2}$.

א. מצא את הערך של a.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ו. הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x)=2f(x)+c$. נקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$ היא $(3.5;3)$. מצא את ערך הפרמטר c.

4. נתונה פונקציה $f(x)=\frac{2}{ax^2-x}$. אחת האסימפטוטות של הפונקציה היא ישר המקביל לציר ה-y (ולא מתלכד איתו). ישר זה חותך את הישר $y=x+3$ בנקודה ששיעור ה-y שלה הוא 4 .

א. מצא את הערך של הפרמטר a .

ב. מצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודות חיתוך עם הצירים, אסימפטוטות מקבילות לצירים.

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. מצא לאלו ערכים של t יש למשוואה $f(x)=t$:

(1) שני פתרונות. (2) אף פתרון. (3) פתרון אחד.

5. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{32x}{(x^2+3)^2}$.

א. הוכח שהפונקציה מוגדרת לכל ערך של x .

ב. מצא את הנקודות על גרף הפונקציה שבהן $f'(x)=0$, וקבע אם הן מסוג מינימום או מקסימום.

ג. הוכח שפונקציה $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.

חקור את הפונקציות הבאות ומצא: א. תחום הגדרה, ב. נקודות קיצון, ג. תחומי עלייה וירידה, ד. נקודות חיתוך עם הצירים, ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים, ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

6. $y=\frac{x^2-4x-5}{x^2-1}$

7. $y=\frac{x^2-7x+10}{3x^2-15x}$

8. נתונה הפונקציה $y=\frac{x}{x^2+2x+b^2}$ $(b>1)$.

א. הבע באמצעות b את נקודות הקיצון של הפונקציה.

ב. מצא את b אם ערך הפונקציה בנקודת המקסימום שלה הוא $\frac{1}{8}$.

9. נתונה הפונקציה $y=\frac{(x-a)^2}{x^2+5}$ $(a>0)$.

א. הבע באמצעות a : (1) תחום הגדרה. (2) נקודות חיתוך עם הצירים.
(3) אסימפטוטות מקבילות לצירים. (4) נקודות קיצון.
(5) תחומי עלייה וירידה.

ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

10. נתונה הפונקציה $f(x)=2+\frac{ax^2+4}{x^2-b^2}$ $(b>0\ ,\ a>0)$.

א. בטא בעזרת a ו- b את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$.

ב. בטא בעזרת a ו- b את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ג. עבור אילו ערכים של b מתקיים: $f(0)<0$?

ד. נתון: $f(0)<0$. תאר סקיצה של גרף הפונקציה.

11. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2}{3-x}$.

א. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה.
(4) נקודות חיתוך עם הצירים. (5) אסימפטוטות מקבילות לצירים.

ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. מצא עבור פונקציית הנגזרת $f'(x)$:

(1) תחום הגדרה. (2) נקודות חיתוך עם ציר ה- x .
(3) תחומי חיוביות ושליליות. (4) אסימפטוטות מקבילות לצירים.
(5) שרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$.
הנח שלגרף הנגזרת $f'(x)$ אין נקודות קיצון.

12. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2+8x}{x^2+8}$.

א. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה,
(4) נקודות חיתוך עם הצירים, (5) אסימפטוטות מקבילות לצירים.

ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. הפונקציה $f(x)$ היא **נגזרת** של פונקציה אחרת $g(x)$,
כלומר $g'(x)=f(x)$. בהנחה שתחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$
זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$:

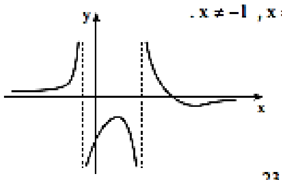
(1) מצא את שיעורי ה- x של הנקודות שבהן לפונקציה $g(x)$ יש נקודות קיצון וקבע את סוג הקיצון.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

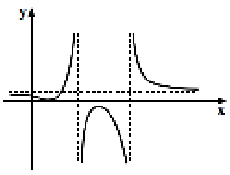
(3) הסבר מדוע לפונקציה $g(x)$ אין אסימפטוטה אופקית.

תשובות:

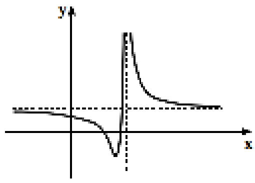
1. א. $a=-2$, $b=4$. ב. תחום הגדרה: $x\neq 4$, $x\neq -1$.
נקודות חיתוך: $(0;-4)$, $(8;0)$.
אסימפטוטות: $x=-1$, $x=4$, $y=0$.
נקודות קיצון: $(2;-2)$ מקסימום,
$(14;-0.08)$ מינימום.
עלייה: $x>14$ או $-1<x<2$ או $x<-1$.
ירידה: $4<x<14$ או $2<x<4$. ד. 23.04.



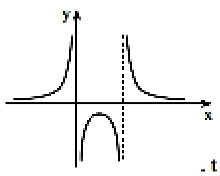
2. א. $a=1$, $b=-2$.
ב. (1) $x\neq 2$, $x\neq 4$.
(2) $(1;0)$ מינימום, $(2.5;-3)$ מקסימום.
(3) עלייה: $2<x<2.5$ או $1<x<2$.
ירידה: $x>4$ או $2.5<x<4$ או $x<1$.
(4) $(0;\frac{1}{8})$, $(1;0)$. (5) $x=2$, $x=4$, $y=1$.
ד. (1) $x>4$ או $1<x<2$ או $x<1$.
(2) $2<x<2.5$ או $1<x<2$.



3. א. 2. ב. $x\neq 4$.
ג. $(3.5;-2)$ מינימום.
ד. $(0;1\frac{1}{16})$, $(3.71;0)$, $(2.29;0)$.
ו. 7.

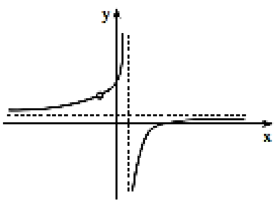


4. א. 1. ב. תחום הגדרה: $x\neq 0$, $x\neq 1$.
נקודות קיצון: $(\frac{1}{2};-8)$ מקסימום.
עלייה: $0<x<\frac{1}{2}$ או $x<0$; ירידה: $x>1$
או $\frac{1}{2}<x<1$. נקודות חיתוך: אין.
אסימפטוטות: $x=0$, $x=1$, $y=0$.
ד. (1) $t>0$ או $t<-8$. (2) $-8<t\leq 0$. (3) $t=-8$.

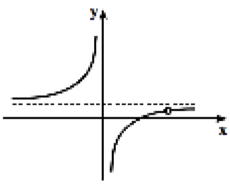


5. ב. $(1;2)$ מקסימום, $(-1;-2)$ מינימום.

6. א. $x\neq 1$, $x\neq -1$. ב. אין.
ג. עלייה: $x>1$ או $-1<x<1$ או $x<-1$;
ירידה: אין.
ד. $(5;0)$, $(0;5)$.
ה. $x=1$, $y=1$.

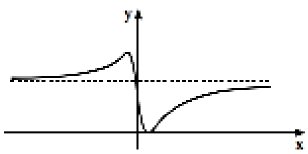


7. א. $x\neq 0$, $x\neq 5$.
ב. אין.
ג. עלייה: $x>5$ או $0<x<5$ או $x<0$;
ירידה: אין.
ד. $(2;0)$.
ה. $x=0$, $y=\frac{1}{5}$.

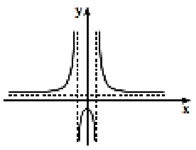


8. א. $(b;\frac{1}{2b+2})$ מקסימום, $(-b;\frac{-1}{2b-2})$ מינימום. ב. 3.

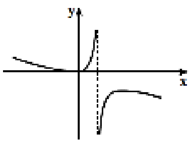
9. א. (1) כל x.
(2) $(0;\frac{a^2}{5})$, $(a;0)$.
(3) $y=1$.
(4) $(a;0)$ מינימום,
$\left(-\frac{5}{a};\frac{a^2+5}{5}\right)$ מקסימום.
(5) עלייה: $x>a$ או $x<-\frac{5}{a}$.
ירידה: $-\frac{5}{a}<x<a$.



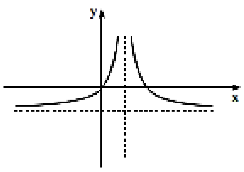
10. א. $x=b$, $x=-b$, $y=a+2$.
ב. עלייה: $-b<x<0$ או $x<-b$.
ירידה: $x>b$ או $0<x<b$.
ג. $0<b<\sqrt{2}$ או $-\sqrt{2}<b<0$.



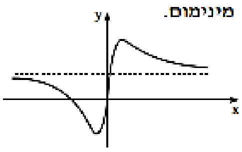
11. א. (1) $x\neq 3$.
(2) $(0;0)$ מינימום, $(6;-12)$ מקסימום.
(3) עלייה: $3<x<6$ או $0<x<3$;
ירידה: $x>6$ או $x<0$.
(4) $(0;0)$. (5) $x=3$.



ג. (1) $x\neq 3$.
(2) $(0;0)$, $(6;0)$.
(3) חיוביות: $0<x<3$ או $3<x<6$;
שליליות: $x>6$ או $x<0$.
(4) $x=3$, $y=-1$.



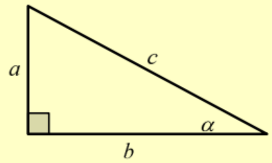
12. א. (1) כל x. (2) $(4;2)$ מקסימום, $(-2;-1)$ מינימום.
(3) עלייה: $-2<x<4$;
ירידה: $x>4$ או $x<-2$.
(4) $(0;0)$, $(-8;0)$. (5) $y=1$.
ג. (1) $x=0$ מינימום, $x=-8$ מקסימום.
(2) עלייה: $x>0$ או $x<-8$;
ירידה: $-8<x<0$.



טריגונומטריה במישור

משולש ישר זווית:

הגדרות הפונקציות הטריגונומטריות:



$$\sin\alpha = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{a}{c}$$

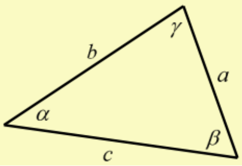
$$\cos\alpha = \frac{\text{הניצב שליד הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{הניצב שליד הזווית}} = \frac{a}{b}$$

משפט פיתגורס: $a^2+b^2=c^2$

סיכום עיקרי הדברים הנלמדים בפרק:

משפט הסינוסים:



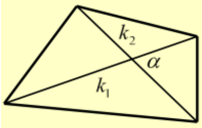
במשולש, צלע חלקי סינוס הזווית שמולה הוא גודל קבוע והוא שווה לפעמיים רדיוס המעגל החוסם.

בצורה מתמטית: $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R$.

- נשתמש במשפט הסינוסים כאשר:
  - א. נתונות שתי זוויות וצלע.
  - ב. נתונות שתי צלעות והזווית מול אחת מהן.
  - ג. נתון רדיוס המעגל החוסם וצלע/זווית נוספת.

שטחים של משולשים ומרובעים:

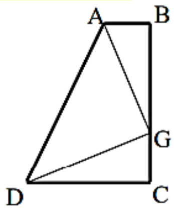
- שטח משולש ניתן לחישוב ע"י: $S=\frac{a\cdot h}{2}=\frac{ab\sin\gamma}{2}=\frac{a^2\sin\beta\sin\gamma}{2\sin\alpha}$.
- שטח מרובע ניתן לחישוב ע"י אלכסוניו: $S=\frac{k_1k_2\sin\alpha}{2}$.



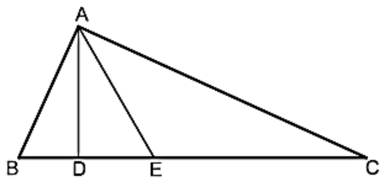
$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ $\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$	$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $\cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$
$\sin\alpha=\cos(90°-\alpha)$	$\cos\alpha=\sin(90°-\alpha)$
$\tan\alpha=\cot(90°-\alpha)$	$\cot\alpha=\tan(90°-\alpha)$

$\sin(180°-\alpha)=\sin\alpha$

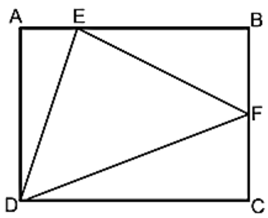
10) טרפז ABCD הוא טרפז ישר זווית ($\measuredangle B=\measuredangle C=90°$).
הנקודה G נמצאת על השוק BC כך ש- $AG\perp DG$.
נתון: $AG=DG=m$, $\measuredangle BAG=\beta$.
הבע באמצעות β ו- m את שטח הטרפז.



11) המשולש ABC הוא ישר זווית ($\measuredangle A=90°$).
הקטעים AD ו-AE הם בהתאמה גובה ליתר וחוצה זווית.
מסמנים: $DE=k$, $\measuredangle DAE=\alpha$.
א. הבע באמצעות k ו- α את שטח המשולש ABC.
ב. חשב את שטח המשולש ABC אם ידוע כי: $\alpha=30$ ו- $k=2$.



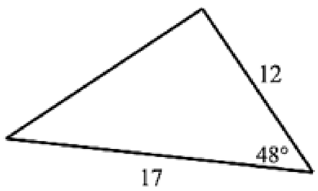
12) במלבן ABCD מסמנים את הנקודות E ו-F הנמצאות על הצלעות AB ו-BC בהתאמה כך ש-E מקיימת: $3AE=BE$ ו-F היא אמצע הצלע BC.
אורך הצלע AD שווה לאורך הקטע BE.
מעבירים את הקטעים EF , DF ו-DE כך שנוצר במשולש DEF.
א. סמן ב- t את אורך הקטע AE והבע באמצעות t את אורכי צלעות המשולש DEF.
ב. חשב את זוויות המשולש EDF.



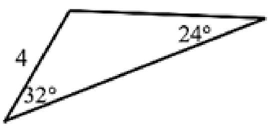
3) נתון משולש שווה שוקיים ABC (AB=AC) שאורך השוק שלו הוא 22 ס"מ
וגודלה של זווית הבסיס בו הוא 70° .
CD הוא חוצה זווית הבסיס $\measuredangle C$.
מצא את אורכו של הקטע AD.

9) חשב את שטחי המשולשים הבאים:

א.



ב.



10) $\frac{(m\sin\beta+m\cos\beta)^2}{2}$.

11) א. $S=\frac{k^2}{2\tan^2\alpha\sin(45°-\alpha)\cos(45°-\alpha)}=\frac{k^2}{\cos2\alpha\tan^2\alpha}$ ב. 24 סמ"ר.

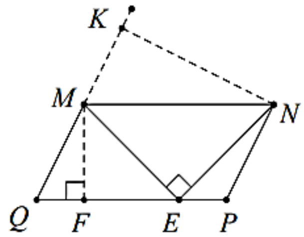
12) א. $DE=t\sqrt{10}$, $EF=t\sqrt{11.25}$, $DF=t\sqrt{18.25}$ ב. $81.86°$, $51°$, $47.14°$.

3) $AD=$ 13.064 ס"מ.

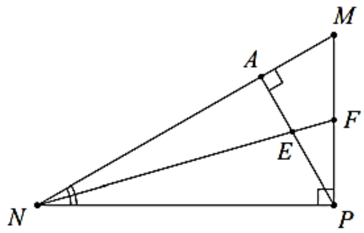
10) חשב את שטחו של טרפז שווה שוקיים שאורך האלכסון שלו 8 ס"מ והוא יוצר זווית של 15° עם הבסיסים.

11) במשולש ישר זווית ABC $(\sphericalangle B=90^\circ)$, BD חוצה את הזווית $\sphericalangle B$.
נתון: $AB=m$, $\sphericalangle A=\alpha$.
הבע באמצעות α ו- m את שטח המשולש BCD.

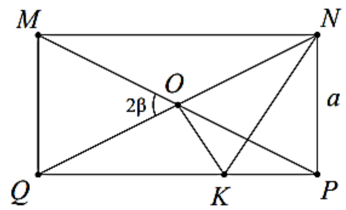
2) במקבילית MNQP נקודה E נמצאת על הצלע PQ כך ש- $\sphericalangle MEN=90^\circ$ (ראה ציור).
נתון: MQ = 12 ס"מ, $\sphericalangle MQP=70^\circ$, $\sphericalangle MNE=40^\circ$.
מצא את הגובה MF, ואת הגובה NK.



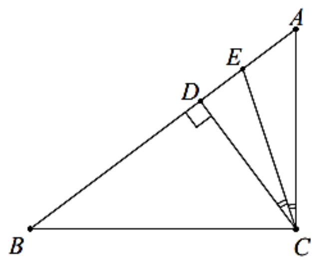
3) במשולש ישר-זווית MNP,
$(\sphericalangle P=90^\circ)$ PA הוא גובה ליתר
ו- NF חוצה את הזווית $\sphericalangle MNP$.
PA ו- NF נחתכים בנקודה E
(ראה ציור).
נתון: NP = 24 ס"מ, $\sphericalangle MNP=40^\circ$.
א. מצא את אורך הקטע NA.
ב. מצא את אורך הקטע EF.



4) אלכסוני המלבן MNPQ נחתכים בנקודה O.
מנקודה O מעלים אנך ל- QN החותך את QP בנקודה K (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle MOQ=2\beta$, $NP=a$.
א. הבע את אורך הקטע OK באמצעות β ו- a.
ב. הבע את היקף המשולש NOK באמצעות β ו- a.

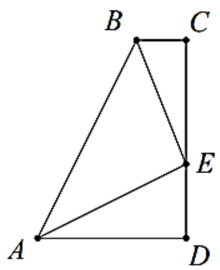


6) במשולש ישר-זווית ABC (ראה ציור) נתון:
$\sphericalangle ABC=\beta$, $\sphericalangle ACB=90^\circ$, BC = 8 ס"מ.
CD הוא הגובה ליתר.
CE הוא חוצה-הזווית $\sphericalangle ACD$.
הבע את אורך הקטע AE באמצעות β.



8) ΔABC הוא משולש שווה-שוקיים (AB = AC) שאורך בסיסו 12 ס"מ.
AD הוא הגובה לבסיס BC, ו- CE הוא הגובה לשוק AB.
שני הגבהים נחתכים בנקודה O. נתון: $\sphericalangle ABC=\alpha$ $(\alpha<45^\circ)$.
א. הבע את היחס AO:DO באמצעות α.
ב. הראה כי בעבור $\alpha=60^\circ$ הביטוי שמצאת בסעיף א' מתאים לתכונות הגאומטריות של משולש שווה-צלעות.

13) ABCD הוא טרפז ישר-זווית $(\sphericalangle C=\sphericalangle D=90^\circ)$.
נקודה E נמצאת על הצלע DC (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle AEB=90^\circ$, $AE=BE=k$ ו- $\sphericalangle CBE=\beta$.
הבע באמצעות k ו- β את שטח הטרפז.



9) א. $S=75.801$ סמ"ר ב. $S=8.641$ סמ"ר.

10) $S=16$ סמ"ר.

11) $S_{\Delta BCD}=\dfrac{m^2\tan^2\alpha\sin45^\circ\cos\alpha}{2\sin(\alpha+45^\circ)}$.

2) MF = 11.28 ס"מ , KN = 21.52 ס"מ.

3) א. NA = 18.385 ס"מ ב. EF = 5.975 ס"מ.

4) א. $OK=\dfrac{a}{2\cos\beta}$ ב. $\dfrac{a}{2\sin\beta}\cdot\left[1+\tan\beta+\dfrac{1}{\cos\beta}\right]$.

6) $AE=8\sin\beta\cdot\left[\tan\beta-\tan\left(\frac{1}{2}\beta\right)\right]=8\tan\beta\cdot\tan\left(\frac{1}{2}\beta\right)$.

8) א. $-2\cdot\dfrac{\tan\alpha}{\tan2\alpha}=-\dfrac{\cos2\alpha}{\cos^2\alpha}=\tan^2\alpha-1$.

13) א. $S=\frac{1}{2}k^2\cdot(1+2\sin\beta\cos\beta)$ (או כל תשובה שקולה) ב. 27 יח'