הוצאת ספרים יואל גבע

עבודת קיץ לתלמידים

העולים לכיתה י' –

4 יחידות

קובץ זה כולל שאלות המסכמות את החומר שנלמד במתמטיקה בחטיבת הביניים.
כדי לעזור לתלמידים והתלמידות להכין את עצמם באופן מיטבי ללימודי המתמטיקה בתיכון, הדגשנו את הכלים החשובים לרמת 4 יחידות בכיתה י', על פי תכנית הלימודים החדשה.

הנושאים שנכללים בקובץ:
טכניקה אלגברית, הנדסה אנליטית (קו ישר), פונקציה ריבועית (פרבולה), חישובי שטחים בגאומטריה, הוכחות גאומטריות, שאלות המשלבות גאומטריה במערכת צירים, קדם אנליזה.

ברצוננו להודות מקרב לב לעפר ילין על היוזמה, הייעוץ הפדגוגי לשאלות, על בדיקת השאלות, על ההערות וההארות המצוינות ועל תמיכה בלתי מסויגת.

יואל גבע   אריק דז'לדטי

טכניקה אלגברית

פתרו את המשוואות הבאות (מצאו את ערכו של x):

1. $9(2x-7)=17-4(x-2)$

2. $7(x-2)+9(x+4)=16x+22$

3. $\frac{3x-2}{8}-\frac{2+3x}{6}+\frac{1}{3}=0$

4. $\frac{2}{3}(x+1)-\frac{3}{7}(x+2)=1$

5. $(x-5)^2=x(x+15)$

6. $(3x+5)^2=9(x+2)(x-2)$

עבור המשוואות הבאות: א. מצאו את תחום ההצבה של המשוואה.
ב. פתרו את המשוואה ובדקו את תשובתכם.

7. $\frac{4}{x+2}+1=\frac{x}{3(x+2)}$

8. $\frac{8}{x-3}-\frac{7}{x+2}=\frac{42}{(x-3)(x+2)}$

9. $\frac{2x-8}{x-4}=3$

10. $\frac{4x+6}{x+1}=\frac{2}{x+1}+4$

פתרו את מערכות המשוואות הבאות בדרך שתבחרו:

11.
$y=-4x+17$
$y=3x+5$

12.
$5x+3y=29$
$7x-5y=13$

13.
$3(2y-5)=6+x$
$2(3x-4)=4x-2$

14.
$\frac{2x-3}{2}+\frac{y+1}{8}=4$
$\frac{x+1}{3}+\frac{3y-1}{4}=4$

נוסחאות הכפל המקוצר: $\mathbf{(a+b)(a-b)=a^2-b^2}$

$$\mathbf{(a+b)^2=a^2+2ab+b^2}$$

$$\mathbf{(a-b)^2=a^2-2ab+b^2}$$

פתרו את המשוואות הריבועיות הבאות:

15. $x^2+8x+12=0$

16. $x^2-6x=40$

17. $9x^2=4(3x-1)$

18. $-5x^2+x-3=0$

19. $-3x^2+300=0$

20. $5x^2-10x=0$

21. $(x+1)^2 = 1 - x^2$ **22.** $(x+5)^2 - (x-6)^2 = 121$

עבור כל אחת מהמשוואות הבאות:

א. מצאו את תחום ההצבה של המשוואה. ב. פתרו את המשוואה.

23. $\frac{x^2}{x+5} = \frac{25}{x+5}$ **24.** $\frac{1}{(x-3)^2} + \frac{4}{x(x-3)} = \frac{2}{x-3}$

פתרו את המשוואות הבאות (במידת הצורך, היעזרו בפירוק לגורמים):

25. $\frac{6}{x^2+8x} = \frac{x+1}{2x+16}$ **26.** $\frac{1}{x-3} + \frac{7}{x+3} = \frac{14}{x^2-9}$

27. $\frac{5}{x^2-4x} + \frac{45}{x^2+4x} = \frac{18}{x^2-16}$ **28.** $\frac{9}{x^2-4x+4} = \frac{2x-7}{x-2}$

29. $\frac{2}{x^2-5x+4} = \frac{1}{x-4}$ **30.** $\frac{18}{x^2-x-12} + \frac{3x-25}{4x^2+12x} = 0$

31. $\frac{8}{x^2-3x-10} + 1 = \frac{8}{x+2} - \frac{1}{5-x}$ **32.** $\frac{3x}{x^2+5x+6} = \frac{2x+2}{x^2+6x+9}$

צמצמו את השברים הבאים (במידת הצורך, היעזרו בפירוק לגורמים):

33. $\frac{6ab}{3b^2}$ **34.** $\frac{x^2-4}{x^2+2x}$ **35.** $\frac{a^2-8a+16}{a-4}$ **36.** $\frac{x^2-4x+3}{2x-2}$

פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

37. $y = x^2 - 8$, $y = 2x$

38. $y = x^2 + 2x - 8$, $y = -x^2 + 6x - 10$

תשובות: 1. 4. **2.** אינסוף פתרונות (כל x). **3.** -2. **4.** 5. **5.** 1. **6.** $-2\frac{1}{30}$.

7. א. $x \neq -2$. ב. -9. **8.** א. $x \neq 3$, $x \neq -2$. ב. 5. **9.** א. $x \neq 4$. ב. אין פתרון.

10. א. $x \neq -1$. ב. $x \neq -1$. **11.** $(1\frac{5}{7};10\frac{1}{7})$. **12.** $(4;3)$. **13.** $(3;4)$. **14.** $(5;3)$.

15. -6, -2. **16.** -4, 10. **17.** $\frac{2}{3}$. **18.** אין פתרון. **19.** $\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{3}$. **20.** 2, 0.

21. -1, 0. **22.** 6. **23.** א. $x \neq -5$. ב. 5. **24.** א. $x \neq 0$, $x \neq 3$. ב. 1.5, 4.

25. 3, -4. **26.** -6. **27.** 5. **28.** $\frac{1}{2}$, 5. **29.** 3. **30.** -5, $-6\frac{2}{3}$. **31.** 6. **32.** -4, 1.

33. $\frac{2a}{b}$. **34.** $\frac{x-2}{x}$. **35.** $a-4$. **36.** $\frac{x-3}{2}$. **37.** $(4;8)$, $(-2;-4)$. **38.** $(1;-5)$.

הנדסה אנליטית – משוואת ישר

משוואת ישר העובר דרך הנקודה $(x_1;y_1)$ ושיפועו m היא:

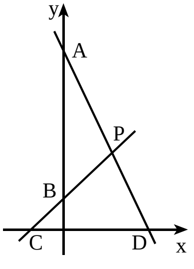
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

השיפוע m של ישר העובר בנקודות $(x_1;y_1)$ ו- $(x_2;y_2)$ הוא:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

הערה: הנוסחה טובה כאשר $x_1 \neq x_2$.

1. הישרים AD ו- BC הם הגרפים של הפונקציות $y = -2x + 22$ ו- $y = x + 4$, בהתאמה.

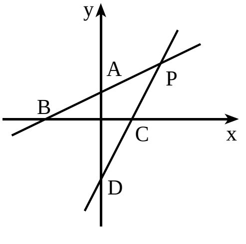


א. מצאו את שיעורי הנקודות:
A, B, C, D, P.

ב. חשבו את שטח המשולש PCD.

ג. חשבו את שטח המשולש PAB.

2. הישרים AB ו- CD הם הגרפים של הפונקציות $y = \frac{1}{2}x + 1$ ו- $y = 2x - 3$.
P היא נקודת החיתוך של שני הישרים.



א. מצאו את שיעורי הנקודות:
A, B, C, D, P.

א. חשבו את שטח המשולש PBC.

ב. חשבו את שטח המשולש PAD.

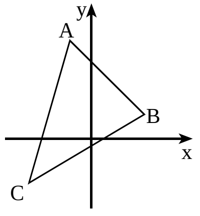
3. א. מצאו את משוואת הישר ששיפועו 2 ועובר דרך הנקודה $(3;4)$.

ב. רק אחת מהנקודות $(-12;-22)$, $(0;2)$, $(8;14)$ נמצאת על הישר שאת משוואתו מצאתם בסעיף א'. מהי הנקודה?

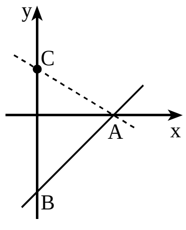
4. א. מצאו את משוואת הישר העובר דרך הנקודה $(8;20)$ ושיפועו 5.

ב. הישר שמצאת בסעיף א' חותך את הישר $y = x$ בנקודה A.
מצאו את שיעורי נקודה זו.

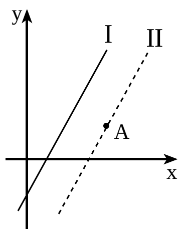
5. נתון ישר העובר דרך הנקודות $(3;5)$ ו- $(1;1)$.
א. מצאו את שיפוע הישר. ב. מצאו את משוואת הישר.



6. קדקודי משולש ABC הם :
$A(-1;4)$, $B(2;1)$, $C(-3;-2)$.
א. מצאו את משוואת הצלע AB .
ב. מצאו את משוואת הצלע AC .



7. הישר $y = x - 6$ חותך את ציר ה- x בנקודה A
ואת ציר ה- y בנקודה B . הנקודה C נמצאת
על חלקו החיובי של ציר ה- y . נתון : $BC = 10$.
א. מצאו את משוואת הישר העובר דרך
הנקודות A ו- C .
ב. חשבו את שטח המשולש ABC .



8. נתון הישר I שמשוואתו $y = 2x - 3$.
הישר II מקביל לישר I ועובר
דרך הנקודה $A(5;2)$.
מצאו את משוואתו של הישר II .

תשובות:

1. א. $A(0;22)$, $B(0;4)$, $C(-4;0)$, $D(11;0)$, $P(6;10)$.
ב. 75 . ג. 54 .

2. א. $A(0;1)$, $B(-2;0)$, $C(1\frac{1}{2};0)$, $D(0;-3)$, $P(2\frac{2}{3};2\frac{1}{3})$.
ב. $4\frac{1}{12}$. ג. $5\frac{1}{3}$.

3. א. $y = 2x - 2$. ב. $(8;14)$.

4. א. $y = 5x - 20$. ב. $(5;5)$.

5. א. 2 . ב. $y = 2x - 1$.

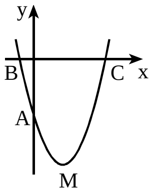
6. א. $y = -x + 3$. ב. $y = 3x + 7$.

7. א. $y = -\frac{2}{3}x + 4$. ב. 30 .

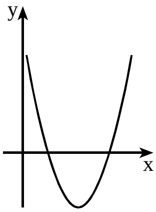
8. $y = 2x - 8$.

פונקציה ריבועית – פרבולה

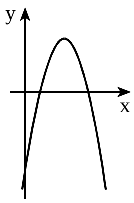
1. בשרטוט נתון גרף הפרבולה $y = x^2 - 4x - 5$.
הנקודה M היא קדקוד הפרבולה.
A , B , ו-C הן נקודות החיתוך
של הפרבולה עם הצירים.
מצאו את שיעורי הנקודות A , B , C , M .



2. בציור משורטט גרף הפונקציה $y = x^2 - 8x + 12$.
א. מצאו את שיעורי נקודת המינימום של הפונקציה.
ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?
ג. מהו הערך המינימלי של הפונקציה?
ד. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.
ה. רשמו את התחום שבו הפונקציה חיובית.
ו. רשמו את התחום שבו הפונקציה שלילית.
ז. בכמה נקודות חותך הישר $y = -2$ את גרף הפונקציה?
ענו על פי השרטוט, כלומר ללא חישובים.



3. בציור שלפניך משורטט גרף הפונקציה $y = -x^2 + 10x - 16$.
א. מצא את נקודות החיתוך של הגרף עם הצירים.
ב. עבור אילו ערכי x הפונקציה הנתונה חיובית?
ג. מהו הערך המקסימלי שהפונקציה מקבלת,
ובאיזו נקודה מתקבל ערך זה?
ד. עבור אילו ערכי x הפונקציה עולה?



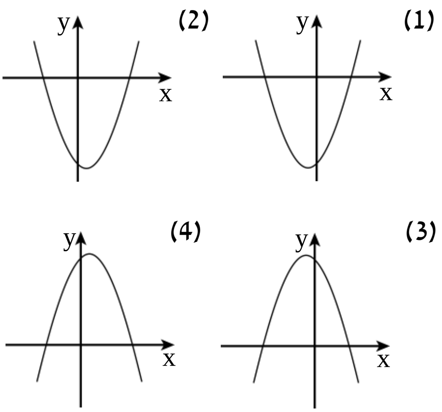
4. נתונות משוואות של ארבע פונקציות :

$f(x) = -x^2 + x + 6$

$g(x) = x^2 + x - 6$

$h(x) = x^2 - x - 6$

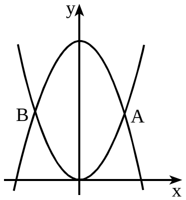
$k(x) = -x^2 - x + 6$



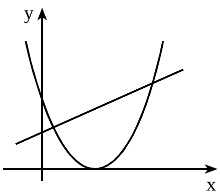
לפניכם גרפים של ארבע הפונקציות.
התאימו לכל פונקציה את הגרף
המתאים לה על פי מציאת נקודות
האפס, ובהתאם למקדם של x^2 .

5. נתונה הפונקציה $f(x)=(x+4)(x-2)$.
א. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
ב. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוג הקיצון.
ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
ד. עבור אילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ <u>יורדת וחיובית</u>?
ה. עבור אילו ערכי x הפונקציה עולה ושלילית?
ו. מהו תחום הערכים שהפונקציה $f(x)$ יכולה לקבל?
ז. לאילו ערכי k , הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת?

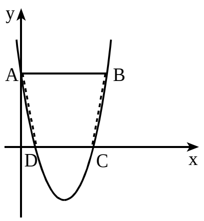
6. נתונות שתי פרבולות : $y=x^2$
$y=18-x^2$
מצאו את נקודות החיתוך בין הפרבולות
(הנקודות A ו-B שבשרטוט).



7. בציור משורטטים הגרפים של הפונקציות :
$f(x)=x^2-6x+9$ ו- $g(x)=x+3$.
א. לאילו ערכי x מתקיים $f(x)=g(x)$?
ב. לאילו ערכי x מתקיים $f(x)>g(x)$?
ג. לאילו ערכי x מתקיים $f(x)<g(x)$?

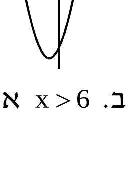


8. השרטוט מתאר את גרף הפונקציה
$y=x^2-6x+5$.
הישר AB מקביל לציר ה-x .
א. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B .
ב. חשבו את שטח הטרפז $ABCD$.



תשובות:

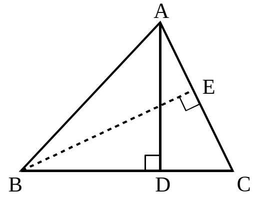
1. $A(0;-5)$, $B(-1;0)$, $C(5;0)$, $M(2;-9)$.
2. א. $(2;0)$, $(6;0)$. ב. עלייה : $x>4$, ירידה : $x<4$. ג. -4 . ד. $(4;-4)$.
ה. $x>6$ או $x<2$. ו. $2<x<6$. ז. בשתי נקודות.
3. א. $(2;0)$, $(8;0)$, $(0;-16)$. ב. $2<x<8$. ג. 9 , בנקודה $(5;9)$. ד. $x<5$.
4. א. $f(x)$ - **(4)**, $g(x)$ - **(1)**, $h(x)$ - **(2)**, $k(x)$ - **(3)**.
5. א. $(0;-8)$, $(2;0)$, $(-4;0)$. ג.
ב. $(-1;-9)$ מינימום.



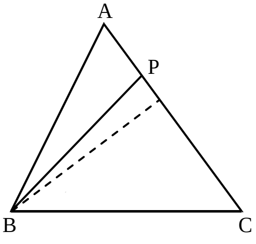
ד. $x<-4$. ה. $-1<x<2$.
ו. $f(x)\ge -9$. ז. $k=-9$.
6. $A(3;9)$, $B(-3;9)$. **7.** א. $x=1$, $x=6$. ב. $x>6$ או $x<1$. ג. $1<x<6$.
8. א. $A(0;5)$, $B(6;5)$. ב. 25 יח"ר.

חישובי שטחים

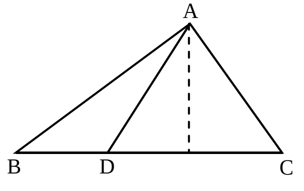
1. AD ו- BE הם גבהים במשולש ABC.
נתון: $BC =$ 20 ס"מ, $AC =$ 16 ס"מ,
$AD =$ 12 ס"מ.
א. חשבו את שטח המשולש.
ב. מצאו את אורך הגובה BE.



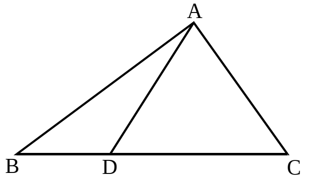
2. במשולש ABC הנקודה P
נמצאת על הצלע AC.
נתון: $CP =$ 6 ס"מ, $AP =$ 3 ס"מ.
$S_{\Delta CBP} =$ 24 סמ"ר.
חשבו את שטח המשולש ABC.



3. הנקודה D נמצאת על הצלע BC
של משולש ABC. נתון: $BD =$ 4 ס"מ,
$DC =$ 8 ס"מ.
הוכח: $\frac{S_{ADC}}{S_{ABD}} = 2$.



4. הנקודה D נמצאת על הצלע BC
של משולש ABC. נתון: $DC = 3 \cdot BD$.
א. הוכח: $\frac{S_{ADC}}{S_{ABD}} = 3$.
ב. הוכח: $S_{ABD} = \frac{1}{4} S_{ABC}$.

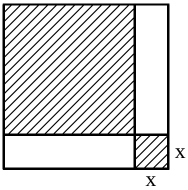


5. הוכיחו: **התיכון לצלע במשולש מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח.**

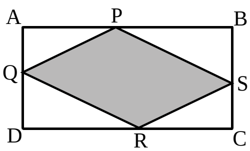
6. בתוך ריבוע שאורך צלעו 10 ס״מ חסומים שני ריבועים מקווקווים. נסמן ב- x את אורך צלע הריבוע הפנימי התחתון (ראה ציור).

א. הבע באמצעות x את אורך צלע הריבוע הפנימי העליון.

ב. מצא את x אם ידוע כי סכום שטחי הריבועים המקווקווים הוא 68 סמ״ר.



7. נתון מלבן $ABCD$ שממדיו הם: $AB =$ 32 ס״מ, $AD =$ 24 ס״מ. על צלעות המלבן מקצים קטעים: $AP = CR = 2x$, $CS = AQ = x$. מה צריך להיות ערכו של x, כדי ששטח המרובע $PQRS$ יהיה 336 סמ״ר?



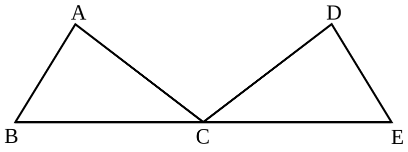
תשובות:

1. א. 120 סמ״ר. ב. 15 ס״מ. **2.** 36 סמ״ר.

6. א. $10-x$. ב. 2 ס״מ או 8 ס״מ. **7.** 6 ס״מ או 14 ס״מ.

גאומטריה

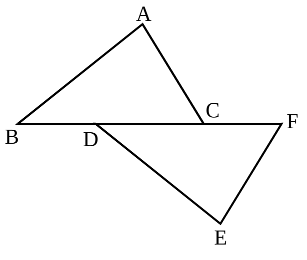
1. הנקודות B , C ו- E שבשרטוט נמצאות על ישר אחד. נתון: $AB = DE$, $AC = DC$, $\sphericalangle A = \sphericalangle D$.



א. הוכיחו: הנקודה C היא אמצע הקטע BE .

ב. נתון: $\sphericalangle ACB = 35^\circ$. חשבו את הזוויות DCE ו- ACD .

2. הנקודות B , D , C ו- E שבשרטוט נמצאות על ישר אחד. נתון: $AB = DE$, $\sphericalangle A = \sphericalangle E$, $\sphericalangle BDE = \sphericalangle FCA$.



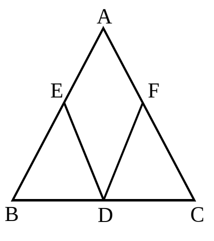
א. הוכיחו: $\Delta ABC \cong \Delta EDF$.

ב. (1) הוכיחו: $BC = DF$.

(2) הוכיחו: $BD = CF$.

ג. נתון: $BF =$ 10 ס"מ , $DC =$ 4 ס"מ .
חשבו את אורך הקטע CF .

3. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים $(AB = AC)$.
D - אמצע הבסיס BC . נתון: $BE = CF$.



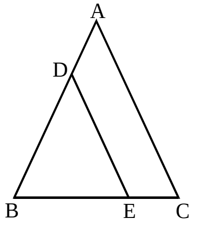
א. הוכיחו: $\Delta BDE \cong \Delta CDF$.

ב. הוכיחו: $DE = DF$.

ג. הוכיחו: $AE = AF$.

ד. הוכיחו: $\sphericalangle AED = \sphericalangle AFD$.

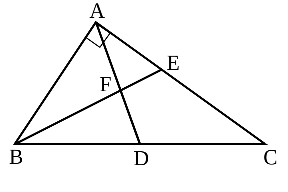
4. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים $(AB = AC)$.
נתון: $DE \parallel AC$.



א. הוכיחו: $DB = DE$.

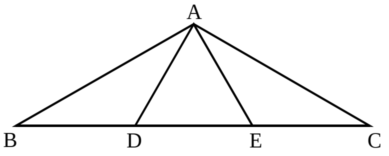
ב. הוכיחו: חוצה הזווית של $\sphericalangle ADE$ מקביל לבסיס BC .

5. המשולש ABC הוא ישר-זווית $(\sphericalangle BAC = 90^\circ)$.
BE חוצה את הזווית ABC .
נתון: $BD = DC$, $\sphericalangle DAC = \alpha$.
הביעו באמצעות α :



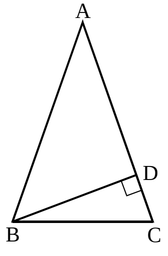
א. את הזווית BDA .

ב. את הזווית BFD .



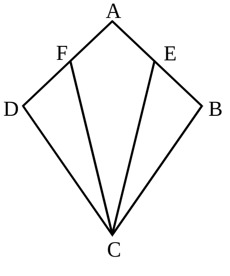
.6 D ו- E הן נקודות על הצלע BC
במשולש ABC . נתון: $BD = DE = EC$,
$AB \perp AE$, $AD \perp AC$.
א. הוכיחו: המשולש ADE
הוא שווה-צלעות.

הדרכה: במשולש ישר זווית, התיכון ליתר שווה למחצית היתר.
ב. הוכיחו: $S_{\Delta ABD} = S_{\Delta ADE} = S_{\Delta AEC}$

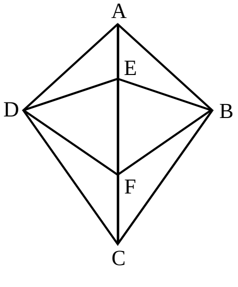


.7 המשולש ABC הוא שווה-שוקיים $(AB = AC)$.
BD הוא הגובה לשוק AC . נתון: $\sphericalangle DBC = 15^\circ$.
א. חשבו את גודל הזווית A .
ב. נתון: $AC = 8$ ס״מ .
חשבו את שטח המשולש ABC .

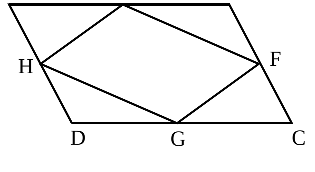
הדרכה: במשולש ישר זווית שבו אחת הזוויות היא
בת 30° , הניצב שמול זווית זו שווה למחצית היתר.



.8 המרובע ABCD הוא דלתון $(BC = DC , AB = AD)$.
E ו- F הן אמצעי הצלעות AB ו- AD .
א. הוכיחו: $\Delta CBE \cong \Delta CDF$.
ב. הוכיחו: המרובע AECF הוא דלתון.
ג. נתון: $\sphericalangle CEB = 64^\circ$.
חשבו את הזווית AFC .

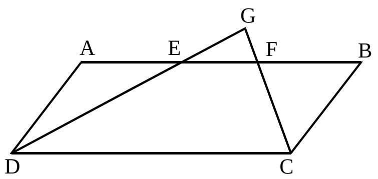


.9 בדלתון ABCD $(BC = DC , AB = AD)$
הנקודות E ו- F נמצאות על האלכסון AC .
א. הוכיחו שהמרובע BEDF הוא דלתון.
ב. הוכיחו שהמרובע CBFD הוא דלתון.
ג. נתון: $\sphericalangle FBC = x + 10^\circ$, $\sphericalangle FDC = 2x - 5^\circ$.
מצאו את הערך של x .

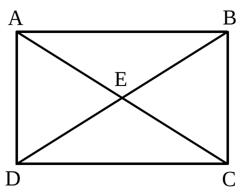


.10 המרובע ABCD הוא מקבילית.
E , F , G ו- H הן אמצעי הצלעות
AB , BC , DC ו- AD , בהתאמה.
א. הוכיחו: $\Delta AEH \cong \Delta CGF$.
ב. הוכיחו: $EH = GF$.
ג. הוכיחו: המרובע EFGH הוא מקבילית.

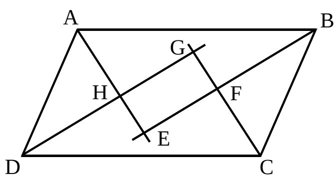
.11 הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע AB של מקבילית ABCD. המשכי הקטעים DE ו-CF נפגשים בנקודה G.
נתון: $AD = AE = BF$.
נסמן: $\sphericalangle ADE = \alpha$.
א. הביעו באמצעות α את הזווית GEF.
ב. הביעו באמצעות α את הזווית B.
ג. הוכיחו: $DG \perp CG$.



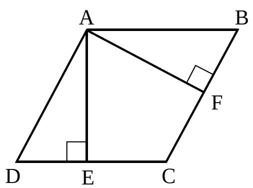
.12 לפניכם מקבילית ABCD שאלכסוניה נפגשים בנקודה E.
בכל אחד מהסעיפים הבאים ישנם נתונים נוספים על המקבילית.
הסבירו מדוע המקבילית היא מלבן:
א. $BE = CE$. ב. $\sphericalangle ABC = \sphericalangle BCD$.



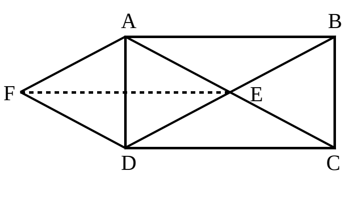
.13 המרובע ABCD הוא מקבילית.
הקטעים AE, BE, CG ו-DG חוצים את הזוויות הפנימיות של המקבילית (ראה ציור).
א. הוכיחו: $\sphericalangle BFC = 90^\circ$.
ב. הוכיחו: המרובע EFGH הוא מלבן.
ג. הוכיחו: $GE = HF$.



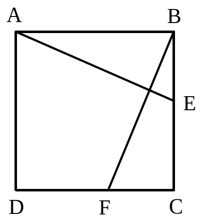
.14 המרובע ABCD הוא מעוין.
AE ו-AF הם הגבהים לצלעות DC ו-BC בהתאמה.
א. הוכיחו: $\Delta ADE \cong \Delta ABF$.
ב. הוכיחו: $AE = AF$.
ג. השלימו: הגבהים במעוין ____ זה לזה.



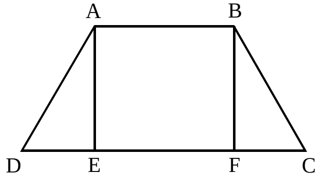
.15 אלכסוני המלבן ABCD נפגשים בנקודה E. נתון: $AF = DE$, FE חוצה זווית של $\sphericalangle AED$.
א. הוכיחו: המרובע AEDF הוא מעוין.
ב. הוכיחו: המרובע ABEF הוא מקבילית.



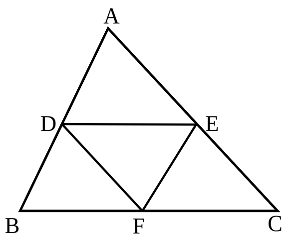
16. בריבוע ABCD הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות BC ו-CD בהתאמה.
נתון: $BE = CF$.
א. הוכיחו: $\Delta ABE \cong \Delta BCF$.
ב. הסבירו מדוע $\sphericalangle AEB = \sphericalangle BFC$.
ג. הוכיחו: $AE \perp BF$.
הדרכה: סמנו $\sphericalangle BFC = \alpha$.



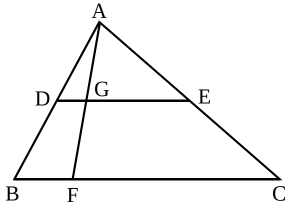
17. AE ו-BF הם גבהים בטרפז שווה-שוקיים ABCD $(AD = BC\ ,\ AB \parallel DC)$.
א. הוכיחו: $\Delta ADE \cong \Delta BCF$.
ב. הוכיחו: $DE = CF$.
ג. נתון: AB = 10 ס״מ, DC = 19 ס״מ, $\sphericalangle C = 60^\circ$. חשבו את היקף הטרפז.



18. במשולש ABC, הקטעים DE, EF ו-DF הם קטעי אמצעים.
א. כמה מקביליות יש בציור? ציינו אותן.
ב. הסבירו מדוע היקף המשולש DEF הוא מחצית מהיקף המשולש ABC.
ג. נתון כי היקף המשולש DEF הוא 12 ס״מ. מהו היקף המשולש ABC?



19. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
הנקודה F נמצאת על הצלע BC.
הקטע AF חותך את DE בנקודה G.
א. הוכיחו: DG הוא קטע אמצעים במשולש ABF.
ב. נתון: $GE = 3 \cdot DG$. הוכיחו: $BC = 4 \cdot BF$.



תשובות:

1. ב. 35°, 110°. **2.** ג. 3 ס״מ. **5.** א. 2α. ב. $135^\circ - 1\frac{1}{2}\alpha$.

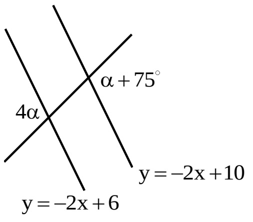
7. א. 30°. ב. 16 סמ״ר. **8.** ג. 116°. **9.** ג. $x = 15^\circ$.

11. א. α. ב. 2α. **14.** ג. שווים. **17.** ג. 47 ס״מ.

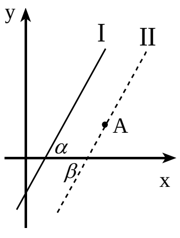
18. א. 3 מקביליות: DEFB, DECF, AEFD. ג. 24 ס״מ.

שילובים של גאומטריה והנדסה אנליטית

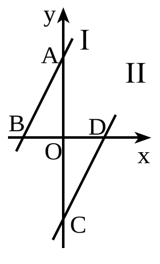
1. בציור נתונים שני ישרים הנחתכים
על ידי ישר שלישי.
משוואות הישרים הם :
$y=-2x+6$, $y=-2x+10$.
א. הסבירו מדוע שני הישרים
מקבילים זה לזה.
ב. מצאו את α על פי הנתונים שבציור.



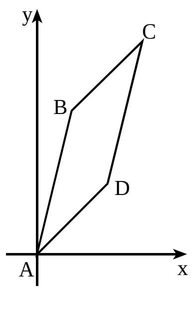
2. נתון הישר I שמשוואתו $y = 2x - 3$.
הישר II עובר דרך הנקודה $A(5;2)$.
נתון כי $\alpha = \beta$ (ראו ציור).
א. הסבירו מדוע הישרים I ו-II
מקבילים זה לזה.
ב. מצאו את משוואתו של הישר II .



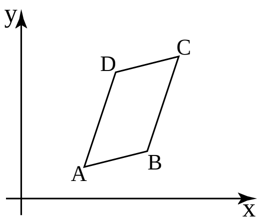
3. בשרטוט מתוארים שני ישרים מקבילים I ו- II ,
הנפגשים עם הצירים בנקודות A , B , C ו- D .
נתון : $OB = OD$ (ראו ציור).
א. הוכיחו : $\Delta AOB \cong \Delta COD$.
ב. הסבירו מדוע $OA = OC$.
ג. משוואת הישר I היא $y = 3x + 6$.
(1) מצאו את שיעורי הנקודה A .
(2) מצאו את שיעורי הנקודה C .
ד. מצאו את משוואת הישר II .



4. קדקודי המרובע ABCD הם :
$A(0;0)$, $B(1;4)$, $C(3;6)$, $D(2;2)$.
א. חשבו את שיפועי צלעות המרובע.
ב. הסבירו מדוע $AB \| DC$ ו- $BC \| AD$.
ג. הוכיחו שהמרובע הוא מקבילית.
ד. הסבירו מדוע $AB = DC$ ו- $BC = AD$.



5. לפניכם מקבילית $ABCD$.



נתונים שיעורי הקדקודים הבאים :

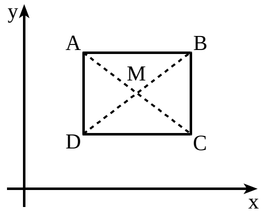
$A(4;2)$, $B(8;3)$ ו- $D(6;8)$.

א. מצאו את שיפועי הצלעות AD ו- BC .

ב. מצאו את משוואת הצלעות BC ו- DC .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה C .

6. $B(12;7)$ ו- $D(2;3)$ הם שני קדקודים נגדיים



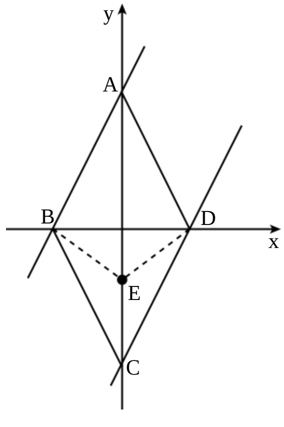
במלבן $ABCD$. הצלע AB מקבילה לציר ה- x .

א. מצאו את שיעורי הקדקודים A ו- C .

ב. מצאו את שיעורי נקודת מפגש אלכסוני המלבן (הנקודה M שבציור).

ב. הוכיחו : $\sphericalangle AMD = 2 \cdot \sphericalangle ABD$.

הערה : אין צורך לחשב את הזוויות.



7. הישר $y = 2x + 8$ חותך את ציר ה- y בנקודה A ואת ציר ה- x בנקודה D .

הישר $y = 2x - 8$ חותך את ציר ה- y בנקודה C ואת ציר ה- x בנקודה B .

א. מצאו את שיעורי הנקודות A , B , C ו- D .

ב. הוכיחו : המרובע $ABCD$ הוא מעוין.

ג. הנקודה E נמצאת על האלכסון AC .

(1) הוכיחו : $\Delta CDE \cong \Delta CBE$.

(2) הוכיחו : $\sphericalangle AEB = \sphericalangle AED$.

ד. רשמו שני דלתונים המופיעים בציור.

תשובות:

1. ב. $\alpha = 25^\circ$. **2.** ב. $y = 2x - 8$.

3. ג. (1) $A(0;6)$. (2) $C(0;-6)$. ד. $y = 3x - 6$.

4. א. 4 , 1, 4 , 1 . ד. כל שתי צלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו.

5. א. $m_{BC} = m_{AD} = 3$. ב. $y = 3x - 21$, $y = \frac{1}{4}x + 6.5$. ג. $(10;9)$.

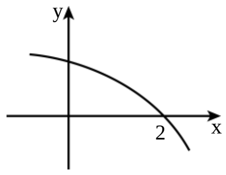
6. א. $A(2;7)$, $C(12;3)$. ב. $M(7;5)$.

7. א. $A(0;8)$, $B(4;0)$, $C(0;-8)$, $D(-4;0)$.

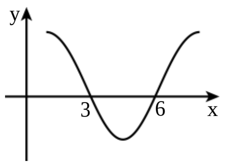
פונקציות - קדם אנליזה

לפניכם סקיצות של גרפים ובהם מסומנות נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x (נקודות האפס של הפונקציה).
היעזרו בשרטוט ורשמו את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של כל אחת מן הפונקציות.

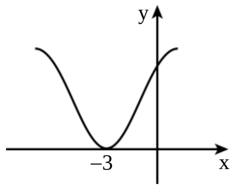
1.



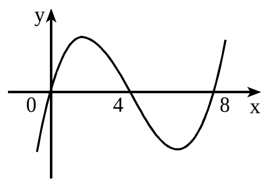
2.



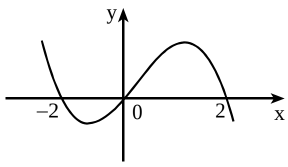
3.



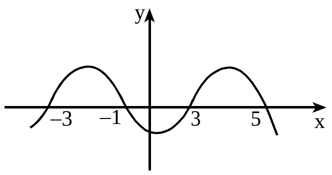
4.



5.

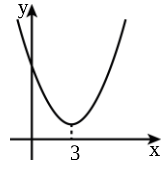


6.

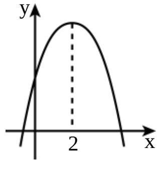


7. בכל אחד מהסעיפים הבאים מתואר גרף של פונקציה עליו מסומנים שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה.
(1). קבעו עבור כל נקודת קיצון האם היא מסוג מינימום או מקסימום.
(2). רשמו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

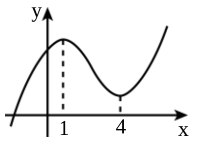
א.



ב.

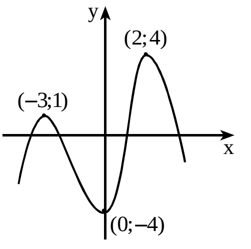


ג.

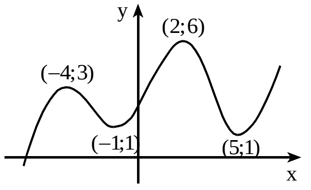


.8 בכל אחד מהגרפים שלפניכם מסומנות נקודות הקיצון של הפונקציה.
היעזרו בשרטוט וכתבו את ערכי ה- x שעבורם הפונקציה עולה
ואת ערכי ה- x שעבורם הפונקציה יורדת.

א.

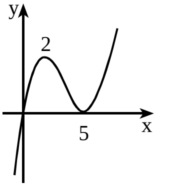


ב.

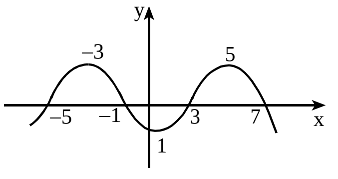


.9 בסעיפים הבאים מתואר גרף של פונקציה עליו מסומנות נקודות האפס
ומסומנים שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה. מצאו :
(1). את תחומי **העלייה** ואת תחומי **הירידה** של הפונקציה.
(2). את תחומי **החיוביות** ואת תחומי **השליליות** של הפונקציה.

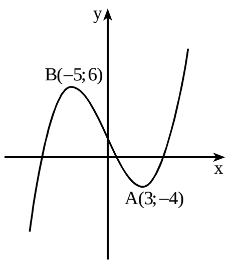
א.



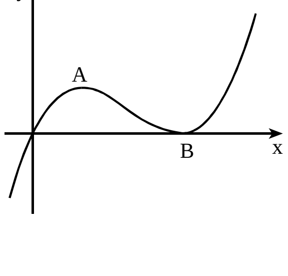
ב.



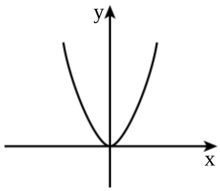
.10 בציור מתואר גרף של פונקציה $f(x)$.
לפונקציה מינימום מקומי בנקודה $A(3;-4)$,
ומקסימום מקומי בנקודה $B(-5;6)$.
היעזרו בגרף וקבעו בכמה נקודות
חותך כל אחד מהישרים הבאים
את גרף הפונקציה:
א. $y=-8$.   ב. $y=6$.   ג. $y=-1$.



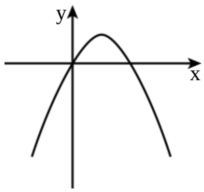
.11 לפונקציה $f(x)$, שהגרף שלה מתואר לפניכם,
יש מקסימום ב- $A(2;2)$ ומינימום ב- $B(5;0)$.
עבור אילו ערכים של k , הישר $y=k$:
א. חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת?
ב. חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות?
ג. חותך את גרף הפונקציה בשלוש נקודות?



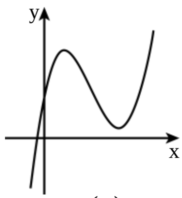
12. לפניכם גרף הפונקציה הריבועית $f(x)=2x^2$.
הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x)=f(x)+4$.
א. רשמו את $g(x)$ כפונקציה ריבועית באמצעות x .
ב. השלימו: כדי לשרטט את הגרף של $g(x)$, ניקח
את הגרף של $f(x)$ ונזיז אותו ––– כלפי ––– .
ג. הוסיפו לשרטוט את הגרף של $g(x)$.



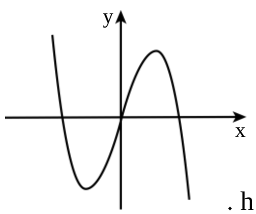
13. לפניכם גרף הפונקציה הריבועית $f(x)=-x^2+2x$.
מזיזים את גרף הפונקציה $f(x)$ ב-5 יחידות
כלפי מטה, ומקבלים את גרף הפונקציה $g(x)$.
א. הוסיפו לשרטוט את הגרף של $g(x)$.
ב. הביעו את $g(x)$ באמצעות $f(x)$.



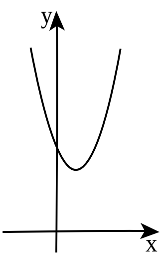
14. בציור מתואר גרף של פונקציה $f(x)$.
לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות קיצון בלבד –
$(2;8)$ מקסימום, $(6;1)$ מינימום.
הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x)=f(x)+3$.
א. רשמו את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
ב. שרטטו באותה מערכת צירים את הגרף של הפונקציה $g(x)$.
ג. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.



15. לפניכם גרף של פונקציה $f(x)$, שנקודות הקיצון
שלה הן: $(2;4)$ מקסימום, $(-2;-4)$ מינימום.
גרף הפונקציה $f(x)$ הוזז למעלה
ב-2 יחידות, והתקבלה הפונקציה $h(x)$.
א. בטאו את הפונקציה $h(x)$ באמצעות $f(x)$.
ב. מצאו את נקודות המינימום והמקסימום של $h(x)$.
ג. הוסיפו למערכת הצירים את הגרף של הפונקציה $h(x)$.
ד. כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $h(x)$ עם כל אחד מהישרים
הבאים: **(1)** הישר $y=3$. **(2)** הישר $y=6$. **(3)** הישר $y=-20$.

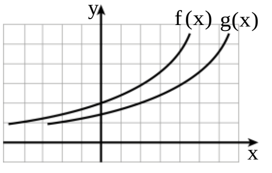


16. לפניכם גרף הפונקציה $y=(x-1)^2+4$.
א. בכמה יחידות (והאם למעלה או למטה)
יש להזיז את גרף הפונקציה $y=(x-1)^2$
כדי לקבל את הגרף של הפונקציה הנתונה?
ב. השלימו: כדי לקבל את גרף הפונקציה הנתונה
$y=(x-1)^2+4$, יש להזיז את גרף הפונקציה $y=x^2$
$\square$ יחידות ימינה ו- $\square$ יחידות למעלה.

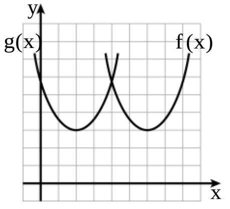


17. בסעיפים הבאים מתוארים גרפים של שתי פונקציות: $f(x)$ ו- $g(x)$.
הגרפים מתוארים במערכת צירים שבה כל <u>משבצת</u> היא יחידה אחת.
נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ מתקבל על ידי הזזה אופקית של גרף הפונקציה $f(x)$.
(1). בכמה יחידות ולאיזה כיוון יש להזיז את גרף הפונקציה $f(x)$ כדי לקבל את גרף הפונקציה $g(x)$?
(2). הביעו את $g(x)$ באמצעות $f(x)$.

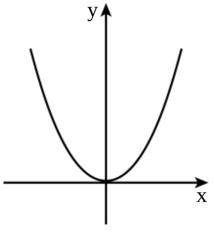
א.



ב.



18. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)=x^2$.
מגדירים פונקציה חדשה $g(x)$,
המקיימת $g(x)=3\cdot f(x)$.
א. מהי המשוואה של הפונקציה $g(x)$?
ב. הוסיפו למערכת הצירים סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
ג. שרטטו במערכת צירים אחרת סקיצה של $f(x)$, ושל הפונקציה $h(x)$, המקיימת $h(x)=\frac{1}{3}\cdot f(x)$.



תשובות:

1. חיוביות: $x<2$, שליליות: $x>2$.

2. חיוביות: $x>6$ או $x<3$, שליליות: $3<x<6$.

3. חיוביות: $x>-3$ או $x<-3$ (אפשר לכתוב גם $x\neq-3$), שליליות: אין.

4. חיוביות: $x>8$ או $0<x<4$, שליליות: $4<x<8$ או $x<0$.

5. חיוביות: $0<x<2$ או $x<-2$, שליליות: $x>2$ או $-2<x<0$.

6. חיוביות: $3<x<5$ או $-3<x<-1$, שליליות: $x>5$ או $-1<x<3$ או $x<-3$.

7. א. (1) מינימום. (2) עלייה: $x>3$, ירידה: $x<3$. ב. (1) מקסימום.
(2) עלייה: $x<2$, ירידה: $x>2$. ג. (1) מקסימום $x=1$, מינימום $x=4$.
(2) עלייה: $x>4$ או $x<1$, ירידה: $1<x<4$.

8. א. עולה: $0<x<2$ או $x<-3$. יורדת: $x>2$ או $-3<x<0$.
ב. עולה: $x>5$ או $-1<x<2$ או $x<-4$. יורדת: $2<x<5$ או $-4<x<-1$.

9. א. (1) עלייה: $x>5$ או $x<2$. ירידה: $2<x<5$.
(2) חיוביות: $x>0$, $x\neq5$. שליליות: $x<0$.
ב. (1) עלייה: $1<x<5$ או $x<-3$. ירידה: $x>5$ או $-3<x<1$.

(2) חיוביות: $3<x<7$ או $-5<x<-1$.

שליליות: $x>7$ או $-1<x<3$ או $x<-5$.

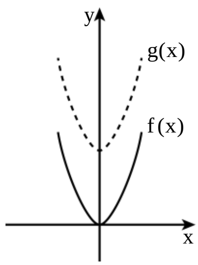
10. א. נקודה אחת. ב. 2 נקודות. ג. 3 נקודות.

11. א. $k>2$ או $k<0$. ב. $k=2$ או $k=0$. ג. $0<k<2$.

12. א. $g(x)=2x^2+4$.

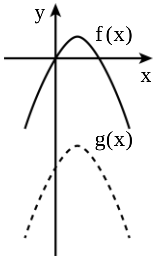
ב. 4 יחידות כלפי מעלה.

ג.



13. ב. $g(x)=f(x)-5$.

א.



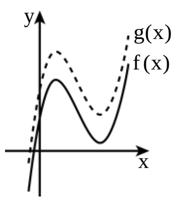
14. א. $(2;11)$ מקסימום,

$(6;4)$ מינימום.

ג. עלייה: $x>6$ או $x<2$,

ירידה: $2<x<6$.

ב.



15. א. $h(x)=f(x)+2$.

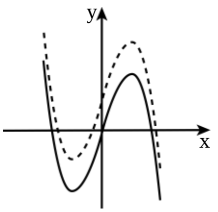
ב. $(2;6)$ מקסימום, $(-2;-2)$ מינימום.

ד. **(1)** שלוש נקודות.

(2) שתי נקודות.

(3) נקודה אחת.

ג.

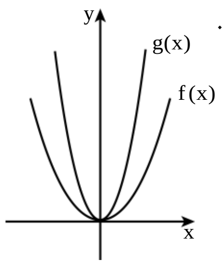


16. א. 4 יחידות כלפי מעלה. ב. $\boxed{1}$ יחידות ימינה ו- $\boxed{4}$ יחידות למעלה.

17. א. **(1)** 2 יחידות לכיוון ימין. **(2)**. $g(x)=f(x-2)$.

א. **(1)** 4 יחידות לכיוון שמאל. **(2)**. $g(x)=f(x+4)$.

18. א. $g(x)=3\cdot x^2$. ב.



ג.